به نام پروردگار مهربان

دهم

امتحانوفن

آخرین راه برای موفقیت در امتحان

هندسه ۱

پویان طهرانیان

مهروماه

مقدمه

امسال، اولین سالیه که پایه‌ی دهم کار خودشو شروع کرده و چون تا حالا از کتابای درسی دهم، امتحانی گرفته نشده و نمونه سوالی هم وجود نداره، بنابراین همه‌ی دانش‌آموزای سال دهم، با نزدیک شدن فصل امتحانا، استرس اینو دارن که چه‌جوری برای امتحان آماده بشن؟ چطوری درس بخونن؟ کدوم بخش کتاب درسی مهم‌تره؟ سؤالا چطوری طرح می‌شن؟ و ...

به خاطر همین، هم‌دانش‌آموزا و هم معلّما به کتابی نیاز دارن که تو امتحانای نوبت اول و پایان سال، بهشون کمک کنه. برای تولید کتابی که برای موفقیت در امتحان بتونه به بچه‌ها کمک کنه، همه‌ی سعی و تلاشمونو به کار گرفتیم و کتابی آماده کردیم با عنوان «امتحانوفن» (بر وزن استامینوفن) تا با خوردن! ببخشید خوندن اون، مشکلتون حل بشه. تو این کتاب ۱۰ سری آزمون با رعایت استانداردهای لازم و بارم‌بندی مصوب آموزش و پرورش برای امتحانات نوبت اول و پایان سال، طراحی و تنظیم شده؛ ۳ آزمون برای نوبت اول (امتحانات دی‌ماه) و ۷ آزمون برای امتحانات پایان سال، به همراه یه خلاصه درس کپسولی و کاربردی که همه‌ی مطالب مهم کتاب درسی رو پوشش می‌ده و شما رو برای امتحان آماده می‌کنه.

در طراحی این کتاب، به این موارد توجه ویژه کرده‌ایم:

۱ سؤال‌ها از نظر ظاهر و محتوا، منطبق بر بودجه‌بندی اعلام شده آموزش و پرورش و شبیه پرسش‌های امتحانات نهایی و هماهنگ کشوری باشه.

۲ بارم‌بندی سؤالا و حتی ریزبارم‌ها (در پاسخ‌نامه) مشخص شده باشه تا بدونید هر قسمت از پاسخ چقدر نمره داره.

۳ مجموعه‌ی آزمون‌ها، کل کتاب درسی رو پوشش بدن.

۴ پاسخ‌نامه مثل راهنمای تصحیح آموزش و پرورش برای امتحانات هماهنگ باشه.

۵ توی پاسخ‌نامه، هر جا لازم بوده، توضیحات بیشتر و تکمیلی داخل یه باکس جداگونه اومده.

۶ خلاصه درس کپسولی هم بخش‌های مهم و کلیدی درس‌ها رو شامل می‌شه به همراه نکات و مثال‌های بیشتر.

۷ هر جا که لازم دیدیم، مشاوره‌ی آموزشی برای مطالعه‌ی مفیدتر جهت موفقیت در امتحان ارائه کردیم.

مشاوره

با توجه به نوع نگارش و اهمیت پاسخ سؤالات در هندسه، در این کتاب سعی بر این است که جواب مسائل و اثبات قضایا به گونه‌ای برای شما دانش‌آموزان عزیز نوشته شود تا سخت‌گیرترین تصحیح‌کنندگان نیز نتوانند کم‌ترین نمره‌ای را از شما کسر کنند. همان‌طور که می‌دانید جواب صحیح و کامل مسائل هندسه و طرز نوشتن آن‌ها کمی دشوارتر از بقیه‌ی دروس می‌باشد و برای این‌که بتوانید نمره‌ی کامل از سؤالات را کسب کنید باید به‌طور دقیق و طبق استاندارد کتاب جوابگو باشید. قضیه وقتی جالب‌تر می‌شود که بدانید معدل نمره در کلاس هندسه در بین دروس، جزء پایین‌ترین نمرات می‌باشد و اغلب اوقات خیلی از شما که تسلط کامل بر مسائل کتاب و جزوه‌ی درسی خود دارید؛ نمی‌توانید نمره‌ی کاملی را از این درس بگیرید. ما برای برطرف کردن این مشکل، پاسخ‌نامه را به‌صورت گام‌به‌گام نوشته و بارم هر کدام را به‌صورت مجزا مشخص کرده‌ایم تا بدانید برای هر قسمت چه نمره‌ای اختصاص پیدا می‌کند و این وجه تمایز این کتاب با کتاب‌های موجود در بازار است. شما نیز سعی کنید در زمان تعیین‌شده برای هر آزمون به سؤالات پاسخ داده و سپس برگه‌ی خود را با پاسخ‌نامه چک و به مانند یک معلم خوب و البته سخت‌گیر!! تصحیح کنید تا بدانید که چه‌قدر با یک نمره‌ی عالی فاصله دارید.

بارم‌بندی بخش به بخش برای امتحان نوبت اول:

فصل اول: ترسیم‌های هندسی و استدلال — ۹ نمره
- ترسیم‌های هندسی: ۴-۳ نمره
- استدلال: ۶-۵ نمره

فصل دوم: قضیه‌تالس، تشابه‌و کاربردهای آن — ۱۱ نمره
- نسبت و تناسب: ۱ نمره
- قضیه‌ی تالس: ۵-۴ نمره
- تشابه مثلث‌ها: ۴-۳ نمره
- کاربرد قضیه‌ی تالس: ۲-۱ نمره

بارم‌بندی کلی فصل‌های کتاب برای امتحانات نوبت اول و دوم:

فصل‌ها	نوبت اول	نوبت دوم (خرداد)	نوبت دوم (شهریور)
اول	۹	۳	۳
دوم	۱۱	۴	۵
سوم	-	۷	۷
چهارم	-	۶	۵
جمع	۲۰	۲۰	۲۰

* بارم‌بندی هر فصل به‌صورت جزئی، ممکن است برای هر آزمون بنا به صلاحدید طراح با تغییرات کمی همراه باشد.

تمامی سؤالات مطرح‌شده در این کتاب، درست مانند امتحان‌های نهایی از مسائل و تمرین‌های کتاب بوده و این امر به عمد صورت گرفته تا امتحان‌هایی استاندارد طراحی شود تا در صورتی که امتحانات نوبت دوم به‌صورت نهایی برگزار شد، نمونه‌ای از امتحانات پایانی در اختیار داشته باشید.

در پایان باید از دانش‌آموزان مدارس علامه‌ی حلی (۲) و سلام یوسف‌آباد تشکر کنم که با کمک آن‌ها توانستم نگاه دقیق‌تری به مسائل و سطح سؤالات دانش‌آموزان در این پایه داشته باشم و این امر باعث جلوگیری از کاستی‌های احتمالی در کتاب شد؛ مخصوصاً آقایان زین‌الدین و سورانی که در امر ویرایش نیز کمک شایانی کردند.

شیوه‌ی پیشنهادی مهر و ماه برای استفاده بهینه از این کتاب

قبل از امتحانات نوبت اول

۱ خلاصه درس‌های مربوط به فصل ۱ را به دقت بخوانید و موارد مهم یا چالش برانگیز را های‌لایت کنید.

۲ سؤال‌های مربوط به فصل ۱ را از چند امتحان به همراه پاسخ آن‌ها و نکات آموزشی ضمیمه‌ی پاسخ‌ها تمرین کنید.

۳ بندهای ۱ و ۲ را برای سایر فصول مربوط به مباحث نوبت اول نیز انجام دهید.

۴ آزمون‌های سه‌گانه‌ی مربوط به نوبت اول را به صورت امتحانی و جدی حل کنید و پاسخ‌ها را مشاهده و نمره‌ی خود در هر یک از سه آزمون را نیز مشخص کنید.

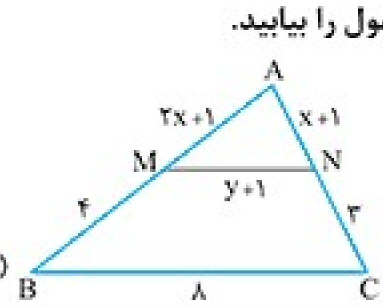
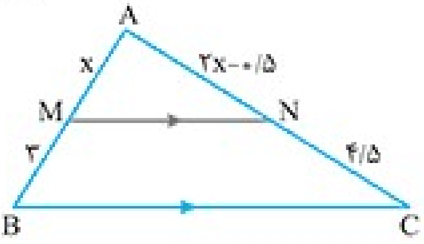
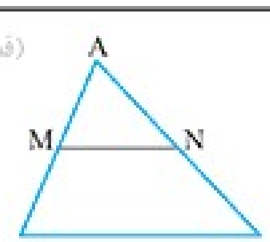
۵ یک بار دیگر خلاصه درس‌های مربوط به نوبت اول را با سرعت بیشتر و با تمرکز روی موارد های‌لایت شده مرور کنید.

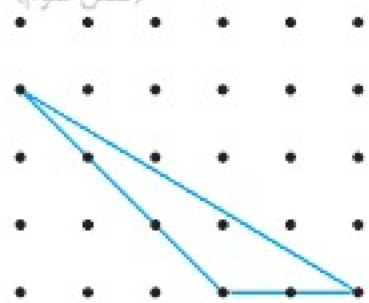
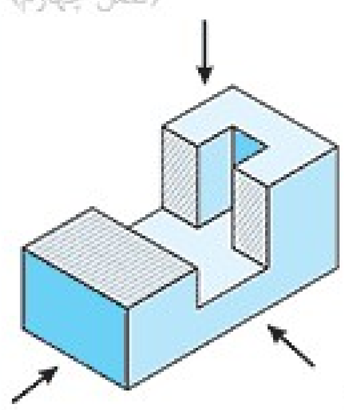
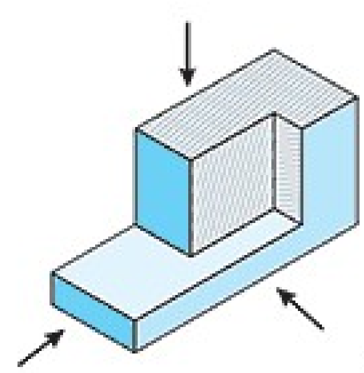
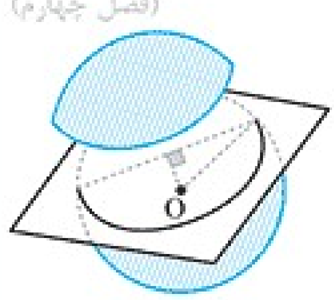
مطمئن باشید شما بالاترین نمره‌ی ممکن را خواهید گرفت: انشاء الله ۲۰

در امتحانات پایان سال

مراحلی مشابه با همین مراحل را دنبال کنید، با این تفاوت که تمام فصول کتاب درسی را در برنامه قرار دهید و حدود نیمی از سؤال‌های امتحان‌های نوبت دوم را ضمن مطالعه‌ی فصل به فصل کتاب درسی کار کنید. پس از آن، باقیمانده‌ی امتحان‌ها را به صورت جدی از خود امتحان گرفته و با توجه به پاسخ‌ها، نمره‌ی خود در هر امتحان را نیز تعیین نمایید. فراموش نکنید که در پایان، یکبار دیگر خلاصه درس‌ها را با سرعت بیشتر و با تمرکز روی موارد های‌لایت شده مرور کنید.

آزمون ۲	مهروماه	نمونه امتحان نوبت اول	
	تاریخ امتحان: دی ماه	مدت امتحان: ۹۰ دقیقه	رشته: ریاضی فیزیک	درس: هندسه ۱ (دهم)

ردیف	سؤالات	نمره
۱	**عمودمنصف پاره‌خط AB را رسم کنید.** (فصل اول)  	۱
۲	**درست یا نادرست بودن گزاره‌های زیر را مشخص کنید.** (فصل اول) الف) اگر $p \Rightarrow q$ می‌گوییم q شرط لازم برای p و p شرط کافی برای q است. ب) اگر $p \Leftrightarrow q$ می‌گوییم p اگر و تنها اگر q ج) اگر $p \Leftrightarrow q$ می‌گوییم اگر p آن‌گاه q و بالعکس د) اگر $p \Leftrightarrow q$ می‌گوییم p شرط لازم و کافی برای q و q شرط لازم و کافی برای p است.	۱
۳	**مثلث متساوی‌الاضلاعی به ضلع ۵ سانتی‌متر رسم کنید.** (فصل اول)	۱
۴	**مستطیلی رسم کنید که طول اضلاع آن ۵ و ۴ سانتی‌متر باشد.** (فصل اول)	۱/۲۵
۵	**عکس قضایای زیر را بنویسید.** (فصل اول) الف) اگر ارتفاع‌های وارد بر دو ضلع با هم برابر باشند آن دو ضلع از مثلث با هم برابرند. ب) اگر مثلثی قائم‌الزاویه باشد آن‌گاه میانهٔ وارد بر وتر نصف وتر می‌باشد. ج) اگر در مثلثی دو زاویه نابرابر باشند، ضلع روبه‌رو به زاویهٔ بزرگ‌تر، بزرگ‌تر است از ضلع روبه‌رو به زاویهٔ کوچک‌تر.	۰/۷۵
۶	**با استدلال استنتاجی ثابت کنید سه عمودمنصف هر مثلث همرس هستند.** (فصل اول)	۱
۷	**محل همرسی ارتفاع‌های مثلث ABC را در سه حالت زیر مشخص کنید. (با رسم شکل)** (فصل اول) الف) $\hat{A} < 90^\circ$ ب) $\hat{A} = 90^\circ$ ج) $\hat{A} > 90^\circ$	۰/۷۵
۸	**اگر d_1 و d_2 و d_3 سه خط راست در صفحه باشند به طوری که $d_1 \parallel d_3$ ، $d_2 \parallel d_3$ با استفاده از برهان خلف ثابت کنید $d_1 \parallel d_2$.** (فصل اول)	۰/۷۵
۹	**درستی هر گزاره را بررسی کرده و در صورت نادرست بودن مثال نقض بیاورید.** (فصل اول) الف) تمام اعداد حسابی مثبت هستند. ب) حاصل‌ضرب دو عدد گنگ عددی گنگ است. ج) نقطهٔ همرسی عمود منصف‌های سه ضلع یک مثلث همواره داخل مثلث قرار می‌گیرد.	۱/۵
۱۰	**زاویه‌های مثلثی متناسب با اعداد ۸، ۵ و ۲ می‌باشند اندازهٔ کوچک‌ترین زاویهٔ خارجی این مثلث چند درجه است؟** (فصل دوم)	۱/۲۵
۱۱	**اگر مساحت مثلث ABC برابر ۳۶ سانتی‌متر باشد و طول اضلاع آن به ترتیب ۸، ۱۰ و ۱۲ سانتی‌متر باشد، جمع طول ارتفاع‌های مثلث را بیابید.** (فصل دوم)	۱/۲۵
۱۲	**در شکل‌های مقابل مقادیر مجهول را بیابید.** (فصل دوم) ب)  الف)  	۱/۵
۱۳	**با استفاده از برهان خلف عکس قضیهٔ تالس را اثبات کنید.** (فصل دوم) $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} \rightarrow MN \parallel BC$  	۱/۵

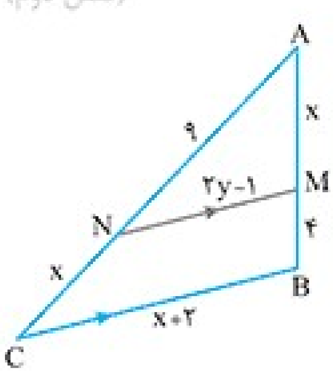
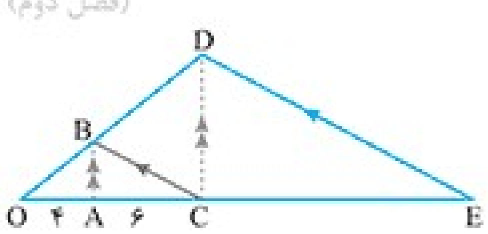
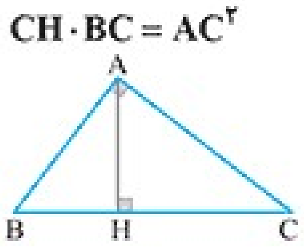
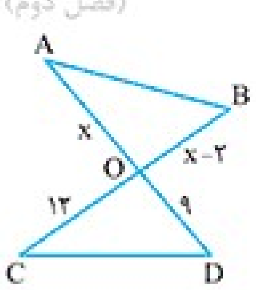
ردیف	سؤالات	نمره
۱۵	در شکل مقابل فاصلهٔ افقی و عمودی هر دو نقطهٔ مجاور برابر واحد است. مساحت مثلث مشخص‌شده را به دو روش محاسبه کنید. (فصل سوم) 	۱
۱۶	عبارات زیر را با کلمات مناسب پر کنید. (فصل چهارم) الف) از هر دو خط موازی .... صفحه عبور می‌کند. ب) از نقطهٔ A خارج صفحهٔ P، .... صفحهٔ موازی صفحهٔ P عبور می‌کند. ج) در یک مکعب مستطیل هر دو وجه مجاور .... د) در هر صفحه حداقل .... نقطه وجود دارد که بر یک خط قرار ندارند.	۱
۱۷	در هر شکل، نمای بالا، روبه‌رو و سمت چپ را ترسیم کنید. (فصل چهارم)  (۲)  (۱)	۱/۵
۱۸	صفحهٔ P کره‌ای به مرکز O و شعاع ۱۰ سانتی‌متر را قطع کرده است. اگر فاصلهٔ نقطهٔ O از صفحه ۶ سانتی‌متر باشد، مساحت این سطح را بیابید. (فصل چهارم)  	۱
	«موفق باشید»	۲۰

آزمون
۹

مهروماه

نمونه امتحان **نوبت دوم**

درس: هندسه ۱ (دهم)	رشته: ریاضی فیزیک	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	تاریخ امتحان: خرداد ماه

<table>
<tr><th>ردیف</th><th>سؤالات</th><th>نمره</th></tr>
<tr><td>۱</td><td>دو نقطهٔ A و B را به فاصلهٔ ۶ سانتی‌متر از هم در نظر بگیرید. نقاطی را بیابید که فاصله‌شان از A برابر با ۳ سانتی‌متر و از نقطهٔ B برابر با ۴/۵ سانتی‌متر باشد. (فصل اول)</td><td>۱</td></tr>
<tr><td>۲</td><td>یک مستطیل رسم کنید که طول اضلاع آن ۳ و ۲ باشد. (فصل اول)</td><td>۱/۲۵</td></tr>
<tr><td>۳</td><td>حکم‌های زیر را با یک مثال نقض رد کنید. (فصل اول)
الف) اگر n عددی زوج باشد، آن‌گاه n^2+1 مضرب ۵ است.
ب) اگر n عددی طبیعی باشد، آن‌گاه n^2+n+41 عددی اول است.
ج) اگر $n^2>0$ باشد، آن‌گاه $n>0$ است.</td><td>۰/۷۵</td></tr>
<tr><td>۴</td><td>اگر $\frac{x}{3}=\frac{27}{x}=3y$، حاصل x^2+y^2 را به‌دست آورید. (فصل دوم)</td><td>۱</td></tr>
<tr><td>۵</td><td>در شکل مقابل $MN \parallel BC$، مقادیر x و y را به‌دست آورید. (فصل دوم)

</td><td>۱/۲۵</td></tr>
<tr><td>۶</td><td>در مثلث ABC اگر $AB \parallel CD$، $BC \parallel DE$ و طول پاره‌خط‌های $OA=4$ و $AC=6$ باشد، اندازهٔ پاره‌خط CE را به‌دست آورید. (فصل دوم)

</td><td>۱/۵</td></tr>
<tr><td>۷</td><td>در مثلث قائم‌الزاویهٔ $\overset{\Delta}{ABC}$ $(\hat{A}=90^\circ)$ درستی رابطه‌ی زیر را تحقیق کنید: (فصل دوم)
$CH \cdot BC = AC^2$

</td><td>۱/۵</td></tr>
<tr><td>۸</td><td>در شکل مقابل دو مثلث متشابه‌اند. نسبت مساحت آن‌ها را به‌دست آورید. (فصل دوم)

</td><td>۱/۲۵</td></tr>
<tr><td>۹</td><td>تعداد قطرهای یک ۱۲ ضلعی چند برابر تعداد قطرهای یک ۹ ضلعی است؟ (فصل سوم)</td><td>۱</td></tr>
<tr><td>۱۰</td><td>ثابت کنید در هر ذوزنقهٔ متساوی‌الساقین، قطرها مساوی‌اند؟ (فصل سوم)</td><td>۱</td></tr>
<tr><td>۱۱</td><td>نشان دهید هرگاه وسط‌های اضلاع یک مربع را به‌هم وصل کنیم، چهارضلعی حاصل یک مربع می‌باشد. (فصل سوم)</td><td>۱</td></tr>
</table>

CD نیمساز $\Rightarrow \frac{AD}{BD}=\frac{AC}{BC}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \frac{AD}{BD}=\frac{۵}{۱۰}$ (۰/۲۵)

$$\xrightarrow{\text{ترکیب در مخرج}} \frac{AD}{AD+BD}=\frac{۵}{۵+۱۰}\Rightarrow \frac{AD}{AB}=\frac{۵}{۱۵}$$

$$\Rightarrow \frac{AD}{۷}=\frac{۵}{۱۵}\Rightarrow AD=\frac{۳۵}{۱۵}=\frac{۷}{۳}$$ (۰/۵)

$$BD=AB-AD=۷-\frac{۷}{۳}=\frac{۲۱}{۳}-\frac{۷}{۳}=\frac{۱۴}{۳}$$ (۰/۵)

۱۶ می‌دانیم اگر نسبت تشابه k باشد، نسبت محیط‌ها k و نسبت مساحت‌ها $k^۲$ است، بنابراین:

$$k^۲=\frac{۴}{۹}\Rightarrow k=\frac{۲}{۳}$$ (۰/۲۵)

$$\begin{cases} \text{نسبت تشابه}=k=\dfrac{\text{محیط پنج‌ضلعی اول}}{\text{محیط پنج‌ضلعی دوم}}\Rightarrow \dfrac{۲}{۳}=\dfrac{۱۲}{x}\rightarrow x=۱۸ & (۰/۵) \\ \text{نسبت تشابه}=k=\dfrac{\text{محیط پنج‌ضلعی دوم}}{\text{محیط پنج‌ضلعی اول}}\Rightarrow \dfrac{۲}{۳}=\dfrac{x}{۱۲}\Rightarrow x=۸ & (۰/۵) \end{cases}$$

با توجه به این‌که مشخص نیست محیط ۱۲ متعلق به کدام پنج‌ضلعی است، مسئله ۲ جواب دارد. (۰/۲۵)

آزمون ۲ * دی‌ماه

۱

می‌دانیم هر نقطه بر روی عمودمنصف یک پاره‌خط از دو سر آن به یک فاصله است.

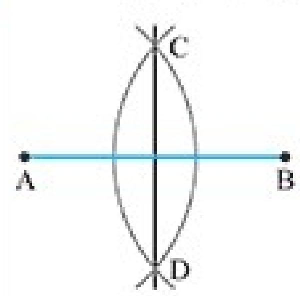
برای رسم یک خط نیاز به دو نقطه از آن خط داریم.

برای رسم نقاطی که فاصلهٔ یکسانی از یک نقطه (مرکز) دارند باید کمانی به مرکز نقطهٔ مورد نظر رسم کنیم.

بنابراین برای رسم عمودمنصف ۳ گام زیر را انجام می‌دهیم:

۱. به مرکز A و شعاع بیش از $\frac{AB}{۲}$ کمانی رسم می‌کنیم. (۰/۲۵)

۲. به مرکز B و به همان شعاع قبلی کمانی دیگر رسم می‌کنیم. (۰/۲۵)



۳. محل برخورد این دو کمان، دو نقطه از عمودمنصف خواهد بود. با وصل کردن این نقاط (D,C) عمودمنصف رسم می‌شود. (۰/۲۵)

اگر شعاع کمان‌ها کم‌تر و یا مساوی $\frac{AB}{۲}$ رسم شود، دو کمان برخوردی با یکدیگر ندارند. (۰/۲۵)

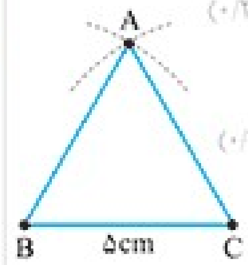
۲ الف) درست است. (۰/۲۵)

ب) درست است. (۰/۲۵)

ج) درست است. (۰/۲۵)

د) درست است. (۰/۲۵)

۳ برای رسم این مثلث گام‌های زیر را انجام می‌دهیم:



۱. ابتدا پاره‌خط BC را به طول ۵cm رسم می‌کنیم. (۰/۲۵)

۲. یک کمان به مرکز B و شعاع ۵cm رسم می‌کنیم.

۳. کمان دیگری به مرکز C و شعاع ۵cm رسم می‌کنیم. (۰/۲۵)

۴. محل برخورد دو کمان حاصل از گام‌های ۲ و ۳ (نقطهٔ A) را به B و C وصل می‌کنیم. (۰/۲۵)

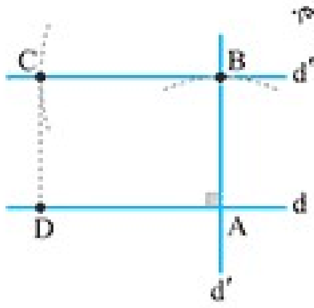
۴ می‌دانیم در مستطیل اضلاع آن بر هم عمودند. بنابراین برای رسم مستطیل با مشخصات فوق ۶ گام زیر را انجام می‌دهیم: (۰/۲۵)

۱. خط دلخواه d را رسم می‌کنیم.

۲. عمودی بر خط d رسم کرده و آن را d' می‌نامیم. (۰/۲۵)

۳. به مرکز A (محل برخورد دو خط) و شعاع ۴cm کمانی ترسیم می‌کنیم تا خط d' را در نقطه‌ای قطع کند. (نقطهٔ B) (۰/۲۵)

۴. از نقطهٔ B عمودی بر خط d' خارج می‌کنیم.



۵. به مرکز B و شعاع ۵cm کمانی رسم می‌کنیم تا خط d'' را در نقطه‌ای قطع کند. (نقطهٔ C) (۰/۲۵)

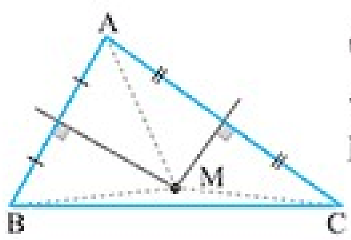
۶. از نقطهٔ C عمودی از خط d'' خارج می‌کنیم تا خط d را در D قطع کند. (۰/۲۵)

۵ الف) اگر دو ضلع از یک مثلث با هم برابر باشند، آن‌گاه ارتفاع‌های وارد بر آن دو ضلع با هم برابرند. (۰/۲۵)

ب) اگر در مثلثی میانهٔ وارد بر ضلع بزرگ‌تر نصف آن ضلع باشد، آن مثلث قائم‌الزاویه است. (۰/۲۵)

ج) اگر در مثلثی دو ضلع نابرابر باشند، زاویهٔ روبه‌رو به ضلع بزرگ‌تر، بزرگ‌تر است از زاویهٔ روبه‌رو به ضلع کوچک‌تر. (۰/۲۵)

۶ عمودمنصف اضلاع AB و AC را رسم می‌کنیم تا در نقطهٔ M یکدیگر را قطع کنند. آن‌گاه ثابت می‌کنیم عمودمنصف ضلع BC نیز از M می‌گذرد.



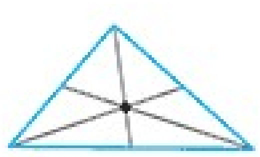
می‌دانیم فاصلهٔ هر نقطه بر روی عمودمنصف یک پاره‌خط از دو سر پاره‌خط یکسان است. بنابراین: (۰/۲۵)

M بر روی عمودمنصف AC $\Rightarrow AM=MC$ (۰/۲۵)

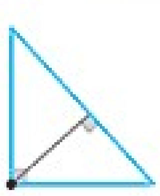
M بر روی عمودمنصف AB $\Rightarrow AM=BM$ (۰/۲۵)

$\Rightarrow MB=MC \xrightarrow{\text{ویژگی عمودمنصف}}$ M بر روی عمودمنصف BC قرار دارد. (۰/۲۵)

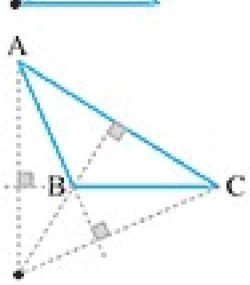
۷ الف) محل همرسی ارتفاع‌ها در مثلث حاده‌الزاویه، درون مثلث است. (۰/۲۵)



ب) محل همرسی ارتفاع‌ها در مثلث قائم‌الزاویه، روی رأس زاویهٔ قائمه است. (۰/۲۵)



ج) محل همرسی ارتفاع‌ها در مثلث منفرجه‌الزاویه، بیرون مثلث است. (۰/۲۵)



۸

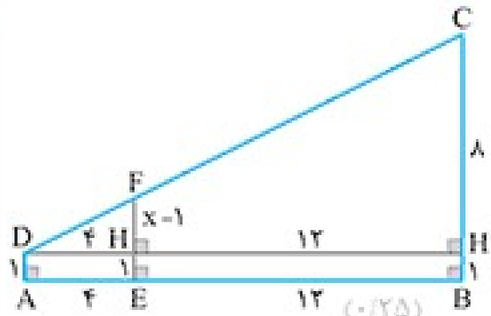
در یک صفحه اگر دو خط موازی نباشند، قطعاً متقاطع هستند.

اگر یک خط، یکی از دو خط موازی را قطع کند دیگری را نیز قطع می‌کند.

فرض	$d_۱ \parallel d_۲ \,,\, d_۲ \parallel d_۳$
حکم	$d_۱ \parallel d_۳$

نقیض حکم: $d_۱ \nparallel d_۳$ $\xrightarrow{\text{برهان خلف}}$

۱۴ از نقطهٔ D بر FE عمود می‌کنیم. این خط بر BC نیز عمود است. (۰/۲۵) (چرا؟) چهارضلعی‌های AEHD و ABH′D مستطیل‌اند.



$\overset{\Delta}{DH'C}: FH \| CH' \Rightarrow \frac{FH}{CH'} = \frac{DH}{DH'} \Rightarrow \frac{x-۱}{۸} = \frac{۴}{۱۶}$ (۰/۲۵)

$\Rightarrow ۱۶(x-۱) = ۳۲ \Rightarrow x-۱ = ۲ \Rightarrow x = ۳$ (۰/۲۵)

۱۵ $\left.\begin{array}{l}\hat{A} = \text{مشترک}\\ \hat{D}=\hat{B}=۹۰\end{array}\right\} \xrightarrow{\text{زز}} \overset{\Delta}{ADE} \sim \overset{\Delta}{ABC}$ (۰/۲۵)

$\xrightarrow{\text{نسبت تشابه}} \underset{(۱)}{\frac{DE}{BC}} = \underset{(۲)}{\frac{AD}{AB}} = \underset{(۳)}{\frac{AE}{AC}}$ (۰/۲۵)

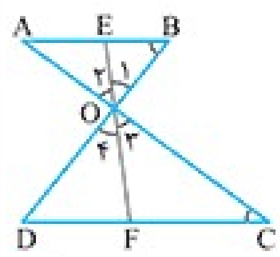
$(۱),(۲) \xrightarrow{\text{جاگذاری}} \frac{x+۱}{۲x} = \frac{x+۴}{۲x+۳} \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}}$ (۰/۲۵)

$(x+۱)(۲x+۳) = (x+۴)(۲x)$

$\cancel{۲x^۲} + ۳x + ۲x + ۳ = \cancel{۲x^۲} + ۸x \Rightarrow ۳ = ۳x \Rightarrow x = ۱$

$BC = ۲x = ۲$ (۰/۲۵)

۱۶ الف)



$\left.\begin{array}{l}\hat{O}_۱ = \hat{O}_۲\\ \hat{B}=\hat{C}\end{array}\right\} \xrightarrow{\text{زز}} \overset{\Delta}{OAB} \sim \overset{\Delta}{ODC}$ (۰/۲۵)

ب) چون EF نیمساز زاویهٔ متقابل به رأس است در نتیجه $\hat{O}_۱ = \hat{O}_۳$

$\left.\begin{array}{l}\hat{O}_۱ = \hat{O}_۳\\ \hat{B}=\hat{C}\end{array}\right\} \xrightarrow{\text{زز}} \overset{\Delta}{OEB} \sim \overset{\Delta}{OFC}$ (۰/۲۵)

$\xrightarrow{\text{نسبت تشابه}} \frac{OB}{OC} = \frac{OE}{OF} \xrightarrow{\frac{OB}{OC}=\frac{۲}{۳}} \frac{۲}{۳} = \frac{OE}{OF}$ (۰/۲۵)

ج) $\Rightarrow \frac{OE}{OF} = \frac{۲}{۳} \xrightarrow{\text{ترکیب در مخرج}} \frac{OE}{OF+OE} = \frac{۲}{۳+۲}$

$\Rightarrow \frac{OE}{EF} = \frac{۲}{۵} \xrightarrow{EF=۱۰} \frac{OE}{۱۰} = \frac{۲}{۵} \Rightarrow OE = ۴$ (۰/۵)

$\Rightarrow \frac{OE}{OF} = \frac{۲}{۳} \xrightarrow{OE=۴} \frac{۴}{OF} = \frac{۲}{۳} \Rightarrow OF = ۶$ (۰/۲۵)

۱۷

فرض	BM = MC , MQ,MP نیمساز
حکم	$PQ \| BC$

با توجه به قضیهٔ نیمساز در مثلث داریم:

$\left.\begin{array}{l}\overset{\Delta}{AMB}: \text{نیمساز } MQ \xrightarrow{\text{قضیهٔ نیمساز}} \frac{AQ}{QB} = \frac{AM}{MB} \quad (۰/۵)\\ \overset{\Delta}{AMC}: \text{نیمساز } MP \xrightarrow{\text{قضیهٔ نیمساز}} \frac{AP}{PC} = \frac{AM}{MC} \quad (۰/۵)\end{array}\right\}$

$\xrightarrow{MB=MC} \frac{AQ}{QB} = \frac{AP}{PC} \xrightarrow{\text{عکس تالس}} PQ \| BC$ (۰/۲۵)

۱۸

می‌دانیم نسبت محیط دو مثلث متشابه با نسبت تشابه k برابر با k می‌باشد.

نسبت اضلاع بزرگ‌تر = نسبت اضلاع متوسط = نسبت اضلاع کوچک‌تر

$\underset{(۱)}{\frac{\text{طول ضلع کوچک‌تر}}{۱۰}} = \underset{(۲)}{\frac{\text{طول ضلع متوسط}}{۱۲}} = \underset{(۳)}{\frac{۱۰}{۱۵}}$ (۰/۲۵)

$\xrightarrow{(۱),(۳)} \frac{\text{طول ضلع کوچک‌تر}}{۱۰} = \frac{۱۰}{۱۵}$

$\xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} \text{طول ضلع کوچک‌تر} = \frac{۲۰}{۳}cm$ (۰/۲۵)

$\xrightarrow{(۲),(۳)} \frac{\text{طول ضلع متوسط}}{۱۲} = \frac{۱۰}{۱۵}$

$\text{طول ضلع متوسط} = ۸cm$

$\text{محیط مثلث دوم} = \frac{۲۰}{۳} + ۸ + ۱۰ = \frac{۷۴}{۳}$ (۰/۲۵)

۱۹

فرض	$MN \| BC , S_{MNCB} = ۸ S_{AMN}$
حکم	$\frac{MB}{NA} = ?$

مساحت مثلث $\overset{\Delta}{AMN}$ را برابر S و مساحت ذوزنقه MNCB برابر ۸S خواهد شد، پس: $S_{\overset{\Delta}{ABC}} = S_{AMN} + S_{MNCB} = S + ۸S = ۹S$ (۰/۲۵)

دو مثلث $\overset{\Delta}{AMN}$ و $\overset{\Delta}{ABC}$ به حالت (زز) متشابه‌اند. (۰/۲۵) بنابراین:

$$\begin{cases}\frac{AM}{AB} = k\\ \frac{S_{\overset{\Delta}{AMN}}}{S_{\overset{\Delta}{ABC}}} = k^۲ \Rightarrow \frac{S}{۹S} = k^۲ \Rightarrow \frac{۱}{۹} = k^۲ \Rightarrow k = \frac{۱}{۳}\end{cases}$$ (۰/۵)

می‌توان نتیجه گرفت:

$\frac{AM}{AB} = \frac{۱}{۳} \xrightarrow{\text{تفضیل در مخرج}} \frac{AM}{AB-AM} = \frac{۱}{۳-۱}$

$\Rightarrow \frac{AM}{MB} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \frac{MB}{MA} = ۲$ (۰/۵)

آزمون ۴ * خردادماه

۱ الف) گزاره: جمله‌ای خبری است که دقیقاً صحیح یا ناصحیح می‌باشد. (۰/۵)

ب) مثال نقض: به یک مثال که نتیجه‌گیری کلی در رابطه با یک موضوع را رد کند، مثال نقض می‌گوییم. (۰/۵)

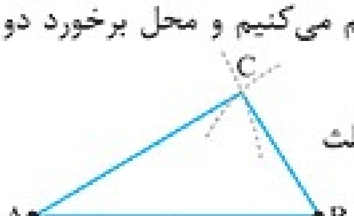
۲ ۴ گام زیر را انجام می‌دهیم:

۱. پاره‌خط AB به طول ۶ را رسم می‌کنیم. (۰/۲۵)

۲. به مرکز A و شعاع ۵ یک کمان رسم می‌کنیم.

۳. به مرکز B و شعاع ۴ کمانی دیگر رسم می‌کنیم و محل برخورد دو کمان را C می‌نامیم. (۰/۲۵)

۴. از C به A و B وصل می‌کنیم تا مثلث ABC پدید آید. (۰/۲۵)



$$\frac{b}{a}=\frac{۱}{۷}\xrightarrow{\text{طرفین وسطین}}a=۷b$$

$$\overset{\Delta}{ABO}:\hat{O}=۹۰^\circ\xrightarrow{\text{فیثاغورث}}OA^۲+OB^۲=AB^۲$$

$$\xrightarrow{\text{جاگذاری}}(\frac{a}{۲})^۲+(\frac{b}{۲})^۲=c^۲$$ (۰/۲۵)

$$\xrightarrow{a=۷b}(\frac{۷b}{۲})^۲+(\frac{b}{۲})^۲=۱۰^۲\Rightarrow\frac{۴۹}{۴}b^۲+\frac{b^۲}{۴}=۱۰۰$$

$$\Rightarrow\frac{۴۹b^۲+b^۲}{۴}=۱۰۰$$

$$\frac{۵۰b^۲}{۴}=۱۰۰\xrightarrow{\text{طرفین وسطین}}b^۲=۸\Rightarrow\begin{cases}b=۲\sqrt{۲}\\ a=۷b=۱۴\sqrt{۲}\end{cases}$$ (۰/۵)

می‌دانیم مساحت لوزی برابر با نصف حاصل‌ضرب قطرهاست. بنابراین:

$$S=\frac{۱}{۲}a.b=\frac{۱}{۲}\times۱۴\sqrt{۲}\times۲\sqrt{۲}=۲۸$$ (۰/۵)

۱۶

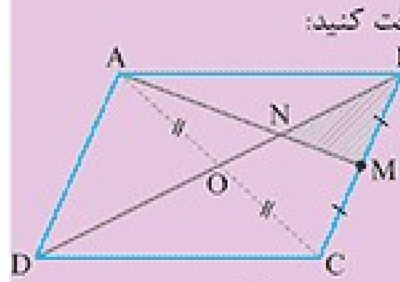
فرض	ABCD متوازی‌الاضلاع، BM = MC
حکم	$S_{\overset{\Delta}{BMN}}=\frac{۱}{۱۲}S_{ABCD}$

در مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$، با توجه به اطلاعات مسأله:

$BM = MC \Rightarrow$ AM میانهٔ وارد بر ضلع BC است

$AO = OC \Rightarrow$ BO میانهٔ وارد بر ضلع AC است (۰/۲۵)

می‌دانیم میانه‌ها به نسبت ۱ به ۲ یکدیگر را قطع می‌کنند. بنابراین به مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$ و میانه‌های AM و BO دقت کنید:



$$(۱)\ \frac{NM}{AM}=\frac{۱}{۳}\Rightarrow\frac{S_{\overset{\Delta}{BMN}}}{S_{\overset{\Delta}{ABM}}}=\frac{۱}{۳}$$ (۰/۲۵)

$$(۲)\ \overset{\Delta}{ABC}:\frac{BM}{BC}=\frac{۱}{۲}\Rightarrow\frac{S_{\overset{\Delta}{ABM}}}{S_{\overset{\Delta}{ABC}}}=\frac{۱}{۲}$$ (۰/۲۵)

$$(۳)\ ABCD:\frac{S_{\overset{\Delta}{ABC}}}{S_{ABCD}}=\frac{۱}{۲}$$ (قطر مساحت متوازی‌اضلاع را نصف می‌کند) (۰/۲۵)

$$\xrightarrow{(۱),(۲),(۳)}\frac{S_{\overset{\Delta}{BMN}}}{S_{\overset{\Delta}{ABM}}}\times\frac{S_{\overset{\Delta}{ABM}}}{S_{ABC}}\times\frac{S_{\overset{\Delta}{ABC}}}{S_{ABCD}}$$

$$=\frac{۱}{۳}\times\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲}\Rightarrow\frac{S_{\overset{\Delta}{BMN}}}{S_{ABCD}}=\frac{۱}{۲}$$ (۰/۵)

۱۷ الف) سه جفت خط و صفحهٔ موازی در جدول زیر قرار داده شده است.

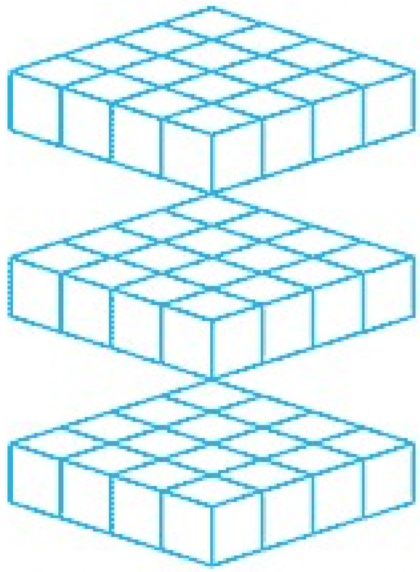
	خط	صفحه
۱	BE	ACDE
۲	AD	CBEF
۳	CF	ABED

(۰/۷۵)

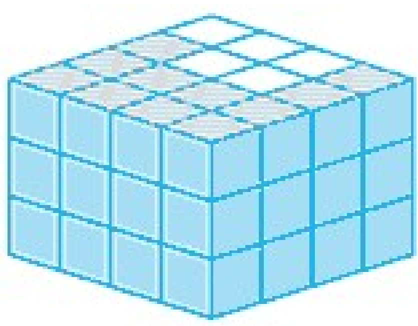
ب) (DEF , ACB) (۰/۲۵) ج) (ACFD, BCFE, ABED) (۰/۲۵)

۱۸ الف) مکعب اصلی از ۳ ردیف افقی تشکیل شده است که در هر ردیف ۱۶ مکعب کوچک وجود دارد.

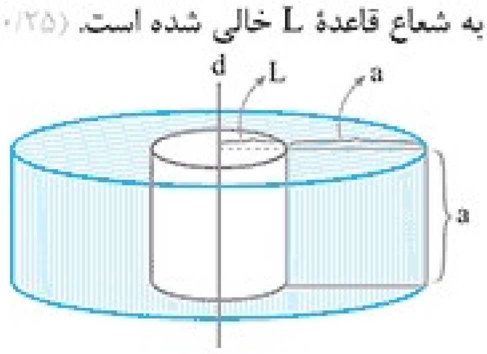
$۱۶\times۳=۴۸$ (۰/۷۵)



ب) با توجه به شکل باید قسمت‌هایی که هاشور نخورده برداشته شود تا نمای بالای مورد نظر حاصل شود با توجه به شکل باید در هر ردیف ۵ مکعب کوچک (مکعب‌های هاشور نخورده) برداشته شود و چون ۳ ردیف وجود دارد، در نتیجه: $۳\times۵=۱۵$ (۰/۷۵)



۱۹ شکل حاصل استوانه‌ای به شعاع قاعدهٔ L+a خواهد شد (۰/۲۵) که داخل آن به اندازهٔ استوانه‌ای به شعاع قاعدهٔ L خالی شده است. (۰/۲۵)



(۰/۲۵)

آزمون ۹ * خردادماه

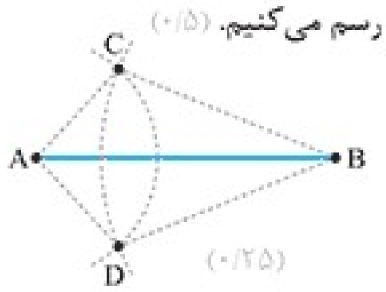
۱

برای به‌دست آوردن نقاطی که از یک نقطه در فاصلهٔ یکسان قرار دارند باید به مرکز آن نقطه و فاصلهٔ مورد نظر دایره‌ای رسم کنیم بدین ترتیب تمام نقاط روی دایره فاصلهٔ یکسان از نقطهٔ مورد نظر (مرکز دایره) دارند.

بنابراین ۲ گام زیر را انجام می‌دهیم:

۱. با توجه به توضیح فوق دو کمان یکی به مرکز A و شعاع ۳ سانتی‌متر و دیگری به مرکز B و شعاع ۴/۵ سانتی‌متر رسم می‌کنیم. (۰/۵)

۲. محل برخورد دو کمان را C و D نامیده (۰/۲۵) این دو نقطه را به A و B وصل می‌کنیم. این دو نقطه، نقاط مورد نظر سوال است.



(۰/۲۵)

۲ می‌دانیم در مستطیل ۴ زاویهٔ قائمه وجود دارد، بنابراین ۴ گام زیر را انجام می‌دهیم:

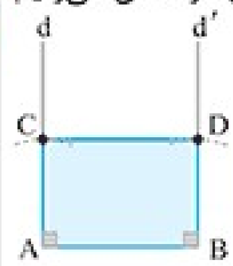
۱. طول مستطیل را به اندازهٔ ۳ رسم می‌کنیم. (۰/۲۵)

۲. از A و B دو عمود بر پاره‌خط AB رسم می‌کنیم و آن‌ها را d و d′ می‌نامیم. (۰/۲۵)

۳. به مراکز A و B و شعاعی به اندازهٔ عرض مستطیل دو کمان می‌زنیم تا d را در C و d′ را در D قطع کند. (۰/۲۵)

۴. از C به A و از D به B وصل می‌کنیم.

چهارضلعی ABCD مستطیل است. (۰/۲۵)



۳ الف) $n=۴ \Rightarrow ۲+۱=۱۷ \Rightarrow$ مضرب ۵ نیست. (۰/۲۵)

ب) $n=۴۱ \Rightarrow ۴۱^۲+۴۱+۴۱=۴۱\times ۴۳ \Rightarrow$ اول نیست. (۰/۲۵) (۰/۲۵)

ج) $n=-۲ \Rightarrow (-۲)^۲>۰ \Rightarrow -۲ \not> ۰$ (۰/۲۵)

۴

$$\underset{(۱)}{\frac{x}{۳}}=\underset{(۲)}{\frac{۲۷}{x}}=\underset{(۳)}{\frac{۳y}{۱}} \quad (۰/۲۵)$$

$$\xrightarrow{(۱),(۲)} \frac{x}{۳}=\frac{۲۷}{x} \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} x^۲=۸۱ \Rightarrow x=۹ \quad (۰/۲۵)$$

$$\xrightarrow{(۱),(۳)} \frac{x}{۳}=۳y \xrightarrow{x=۹} \frac{۹}{۳}=۳y \Rightarrow y=۱ \quad (۰/۲۵)$$

$$x^۲+y^۲=(۹)^۲+(۱)^۲=۸۱+۱=۸۲ \quad (۰/۲۵)$$

۵ با استفاده از قضیهٔ تالس و استفاده از رابطهٔ جزء بالا به کل داریم:

$$\overset{\Delta}{ABC}: MN \parallel BC \Rightarrow \frac{AN}{AC}=\frac{AM}{AB}=\frac{MN}{BC} \quad (۰/۲۵)$$

$$\xrightarrow{\text{جاگذاری}} \underset{(۱)}{\frac{۹}{x+۹}}=\underset{(۲)}{\frac{x}{x+۴}}=\underset{(۳)}{\frac{۲y-۱}{x+۲}}$$

$$\xrightarrow{(۱),(۲)} \frac{۹}{x+۹}=\frac{x}{x+۴}$$

$$\xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} ۹(x+۴)=x(x+۹)$$

$$\Rightarrow \cancel{۹x}+۳۶=x^۲+\cancel{۹x} \Rightarrow x=۶ \quad (۰/۲۵)$$

$$\xrightarrow{(۲),(۳)} \frac{x}{x+۴}=\frac{۲y-۱}{x+۲} \xrightarrow{x=۶} \frac{۶}{۶+۴}=\frac{۲y-۱}{۶+۲} \quad (۰/۲۵)$$

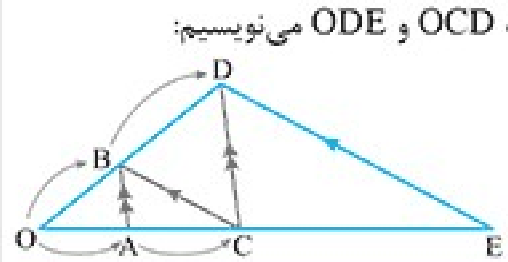
$$\Rightarrow \frac{۶}{۱۰}=\frac{۲y-۱}{۸}$$

$$\xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} ۴۸=۱۰(۲y-۱) \Rightarrow ۴۸=۲۰y-۲۰$$

$$\Rightarrow -۲۰y=-۴۸-۲۰$$

$$\Rightarrow -۲۰y=-۶۸ \Rightarrow y=\frac{-۶۸}{-۲۰}=۳/۴ \quad (۰/۵)$$

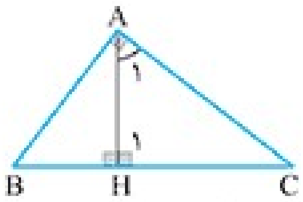
۶ قضیهٔ تالس را برای مثلث OCD و ODE می‌نویسیم:



$$\left.\begin{aligned} &\overset{\Delta}{OCD}: AB \parallel DC \Rightarrow \frac{OA}{AC}=\frac{OB}{BD} \quad (۰/۵)\\ &\overset{\Delta}{ODE}: BC \parallel DE \Rightarrow \frac{OC}{CE}=\frac{OB}{BD} \quad (۰/۵)\end{aligned}\right\}$$

$$\Rightarrow \frac{OA}{AC}=\frac{OC}{CE} \Rightarrow \frac{۴}{۶}=\frac{۱۰}{CE} \Rightarrow CE=\frac{۶\times۱۰}{۴}=۱۵ \quad (۰/۵)$$

۷



$$\left.\begin{aligned} &\hat{C}=\text{مشترک}\\ &\hat{A}=\hat{H}_۱=۹۰^\circ\end{aligned}\right\} \xrightarrow{\text{زز}} \overset{\Delta}{AHC} \sim \overset{\Delta}{ABC} \quad (۰/۵)$$

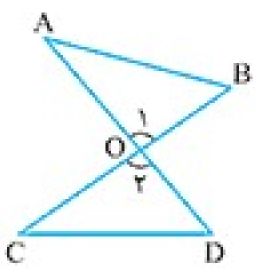
$$\xrightarrow{\text{نسبت تشابه}} \underset{(۱)}{\frac{AC}{BC}}=\underset{(۲)}{\frac{CH}{AC}}=\underset{(۳)}{\frac{AH}{AB}} \quad (۰/۵)$$

$$\xrightarrow{(۱),(۲)} \frac{AC}{BC}=\frac{CH}{AC}$$

$$\xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} AC^۲=BC\cdot CH \quad (۰/۵)$$

۸ اگر AB با CD موازی بود $\hat{C}=\hat{B}$, $\hat{D}=\hat{A}$ اما چون موازی بودن AB با CD در صورت سوال اشاره نشده است.

بنابراین $\hat{B}=\hat{D}$ و $\hat{A}=\hat{C}$ است و $O_۱$ و $O_۲$ نیز که متقابل به رأس هستند، باهم برابرند.



$$\left.\begin{aligned} &O_۱=O_۲\\ &\hat{B}=\hat{D}\\ &\hat{A}=\hat{C}\end{aligned}\right\} \xrightarrow[(۰/۲۵)]{\overset{\Delta}{OAB}\sim\overset{\Delta}{OCD}} \underset{(۱)}{\frac{AB}{CD}}=\underset{(۲)}{\frac{OA}{OC}}=\underset{(۳)}{\frac{OB}{OD}} \quad (۰/۲۵)$$

$$\xrightarrow{(۲),(۳)} \frac{OA}{OC}=\frac{OB}{OD} \xrightarrow{\text{جاگذاری}} \frac{x}{۱۲}=\frac{x-۲}{۹}$$

$$\xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} ۹x=۱۲(x-۲) \Rightarrow ۹x=۱۲x-۲۴$$

$$\Rightarrow ۲۴=۳x \Rightarrow x=۸ \quad (۰/۲۵)$$

می‌دانیم اگر نسبت تشابه دو مثلث برابر k باشد، نسبت مساحت‌ها برابر $k^۲$ خواهد بود.

بنابراین: $\text{نسبت مساحت‌ها}=\left(\frac{OA}{OC}\right)^۲ \xrightarrow{x=۸} \left(\frac{۸}{۱۲}\right)^۲=\frac{۴}{۹}$ (۰/۵)

۹ تعداد قطرهای یک n ضلعی برابر است با: $\frac{n(n-۳)}{۲}$

$$\text{تعداد قطرهای ۱۲ ضلعی}=\frac{۱۲(۱۲-۳)}{۲}=۶(۹)=۵۴ \quad (۰/۲۵)$$

$$\text{تعداد قطرهای ۹ ضلعی}=\frac{۹(۹-۳)}{۲}=\frac{۹\times۶}{۲}=۲۷ \quad (۰/۲۵)$$

$$n=\frac{\text{تعداد قطرهای ۱۲ ضلعی}}{\text{تعداد قطرهای ۹ ضلعی}}=\frac{۵۴}{۲۷} \Rightarrow n=۲ \quad (۰/۵)$$

ویژه‌ی شب امتحان

خلاصه درس کپسولی

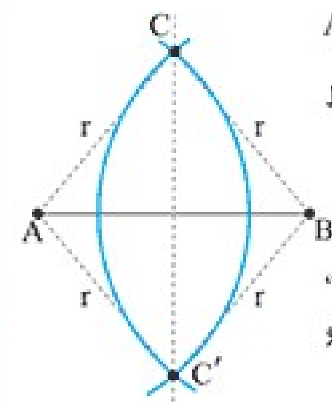
فصل ۱ – ترسیم‌های هندسی و استدلال

در این فصل در مورد رسم چندین شکل مختلف صحبت می‌کنیم، منتهی قبل از ورود به بحث اصلی لازم است در مورد ابزار کارمان که پرگار و خط‌کش است آشنایی پیدا کنیم و البته کاربردشان:

پرگار: برای رسم دایره‌ای به مرکز و شعاع مشخص استفاده می‌شود.

خط‌کش: برای رسم یک خط با طول معلوم

❶ رسم عمودمنصف یک پاره‌خط: پاره‌خط AB را درنظر بگیرید:

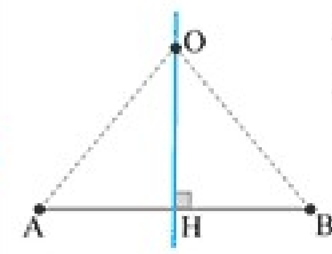


① به مرکز A و B و شعاع بیش از نصف پاره‌خط AB (به شعاع $r > \frac{AB}{۲}$) کمانی رسم می‌کنیم تا در نقاط C و C′ یکدیگر را قطع کنند.

② نقاط C و C′ را به هم وصل می‌کنیم.

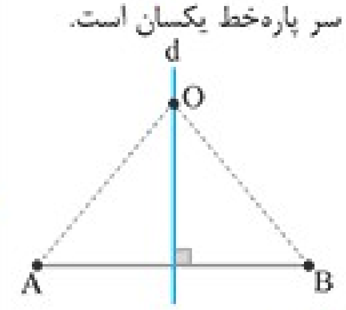
③ فاصلهٔ نقاط C و C′ از دو سر پاره‌خط یکسان است، بنابراین بر روی عمودمنصف پاره‌خط AB قرار دارند و خط CC′ همان عمودمنصف پاره‌خط AB است.

تذکر هر نقطه بر روی عمودمنصف یک پاره‌خط از دو سر پاره‌خط یکسان است و برعکس (اثبات در صفحهٔ ۱۳ کتاب درسی)



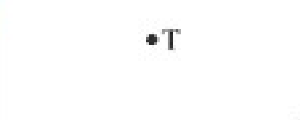
OH عمودمنصف AB است. $\Rightarrow$ فاصلهٔ نقطهٔ O از دو سر پاره‌خط یکسان است.

d عمودمنصف AB است. $\Rightarrow OA = OB$



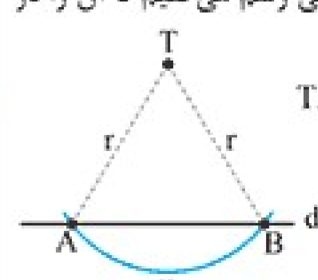
❷ رسم خط عمود بر یک خط از نقطه‌ای خارج از آن:

می‌خواهیم از نقطهٔ T خط عمودی بر d وارد کنیم:

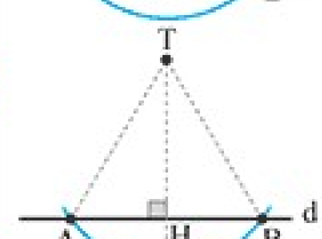


① به مرکز T و شعاع بیش از فاصلهٔ T تا خط d کمانی رسم می‌کنیم تا آن را در A و B قطع کند.

$TA = TB = r \Rightarrow$ T بر روی عمودمنصف AB قرار دارد.



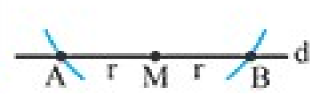
② عمودمنصف پاره‌خط AB را رسم می‌کنیم (لازم نیست مراحل رسم عمودمنصف دوباره توضیح داده شود).



③ قطعا عمودمنصف AB از نقطهٔ T می‌گذرد (چرا؟) و خط رسم‌شده همان مطلوب مسأله است.

❸ رسم خط عمود بر یک خط، از نقطه‌ای بر روی آن:

می‌خواهیم عمودی از نقطهٔ M بر خط d خارج کنیم:

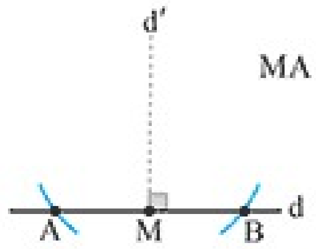


① به مرکز M و شعاع دلخواه کمانی رسم می‌کنیم تا خط d را در دو نقطهٔ A و B قطع کند.

$MA = MB = r \Rightarrow$ M بر روی عمودمنصف AB قرار دارد.

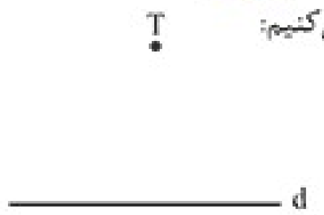
② عمودمنصف پاره‌خط AB را رسم می‌کنیم.

③ خط d′ همان مطلوب مسأله است.

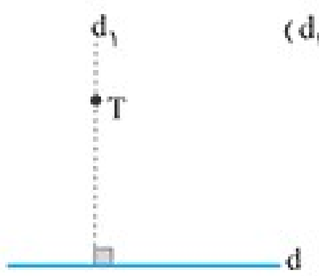


❹ رسم خط موازی با خط داده‌شده از یک نقطهٔ غیرواقع بر آن:

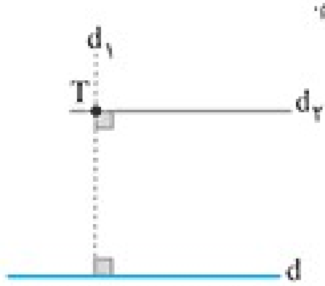
می‌خواهیم از نقطهٔ T خطی به موازات خط d رسم می‌کنیم:



① از نقطهٔ T عمودی بر خط d وارد می‌کنیم. (خط d_1) (نیازی به ارائهٔ نحوهٔ رسم نیست.)



② عمود d_2 را از نقطهٔ T بر خط d_1 خارج می‌کنیم.

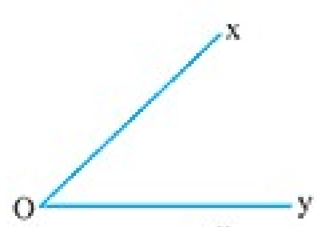


③ می‌دانیم دو خط عمود بر یک خط با هم موازیند، بنابراین خط d_2 جواب مسأله است.

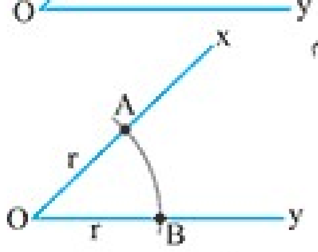
$$\begin{cases} d_1 \perp d \\ d_1 \perp d_2 \end{cases} \Rightarrow d \parallel d_2$$

❺ رسم نیمساز یک زاویه:

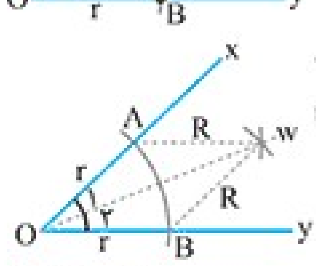
می‌خواهیم نیمساز زاویهٔ $x\hat{O}y$ را رسم می‌کنیم.



① به مرکز o و شعاع دلخواه (شعاع r) کمانی رسم می‌کنیم تا ox و oy را در دو نقطهٔ A و B قطع کند.



② حال به مراکز A و B و شعاع بیش از نصف طول AB (شعاع $R > \frac{AB}{۲}$) دو کمان رسم می‌کنیم تا یکدیگر را در W قطع کنند.



③ دو مثلث OBW, OAW همنهشتند.

$$\begin{cases} OA = OB = r \\ AW = BW = R \longrightarrow \overset{\Delta}{OAW} \cong \overset{\Delta}{OBW} \\ OW = \text{مشترک} \end{cases}$$

④ در اجزای متناظر می‌توان نتیجه گرفت: $\hat{O}_1 = \hat{O}_2 \Rightarrow$ OW نیمساز زاویهٔ $\hat{O}$