

# فهرست



- فصل اول: عددهای صحیح و گویا ..... ۷
- فصل دوم: عددهای اول ..... ۳۳
- فصل سوم: چندضلعی‌ها ..... ۵۹
- فصل چهارم: جبر و معادله ..... ۸۶
- فصل پنجم: بردار و مختصات ..... ۱۱۹
- فصل ششم: مثلث ..... ۱۴۴
- فصل هفتم: توان و جذر ..... ۱۷۱
- فصل هشتم: آمار و احتمال ..... ۲۱۴
- فصل نهم: دایره ..... ۲۴۲



# عددهای صحیح و گویا

## فصل ۱



### ● عددهای صحیح

با عددهای طبیعی و صحیح در سال گذشته آشنا شدیم. مجموعه اعداد طبیعی را با  $\mathbb{N}$  و مجموعه اعداد صحیح را با  $\mathbb{Z}$  نشان می‌دهیم و به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$$

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$$

**نکته:** در مورد اعداد طبیعی و صحیح توجه داشته باشید که:

**الف:** در مجموعه اعداد طبیعی، بزرگ‌ترین عضو را نمی‌توان مشخص کرد.

**ب:** در مجموعه اعداد صحیح، بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین عضو را نمی‌توان مشخص کرد.

**پ:** عدد صفر نه مثبت است، نه منفی.

**ت:** هر عدد طبیعی یک عدد صحیح است ولی عکس آن درست نیست.



**توجه:** منظور از اعداد صحیح نامنفی، عدد صفر و اعداد مثبت است که آن را به اصطلاح مجموعه اعداد حسابی می‌نامیم و

$$\mathbb{W} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$$

با نماد  $\mathbb{W}$  نشان می‌دهیم.

$$\{-\sqrt{25}, -(-4)^3, \frac{-8}{\sqrt{64}}, 0, 1/4, \frac{1}{5}\}$$

**تست:** در مجموعه مقابل به ترتیب چند عدد طبیعی و چند عدد صحیح وجود دارد؟

۴ و ۱ (۴)

۳ و ۱ (۳)

۲ صفر و ۴

۱ صفر و ۳

**پاسخ: گزینه ۴** تنها عدد طبیعی، عدد  $64 = (-4)^3$  است و عدد  $5 = -\sqrt{25}$  و  $64 = (-4)^3$  است و عدد  $1 = \frac{-8}{\sqrt{64}}$  و صفر صحیح هستند.

### تعداد اعداد با فاصله منظم

برای یافتن تعداد اعدادی که با فاصله منظم زیاد (کم) می‌شوند، می‌توان از رابطه مقابل استفاده کرد:  $1 + \frac{\text{کوچک‌ترین عدد} - \text{بزرگ‌ترین عدد}}{\text{فاصله}} = \text{تعداد}$  با توجه به رابطه بالا می‌توان گفت:

**ب)** تعداد اعداد صحیح بین  $a$  تا  $b$  برابر است با:  $b - a - 1$

**الف)** تعداد اعداد صحیح از  $a$  تا  $b$  برابر است با:  $b - a + 1$

**تست:** تعداد اعداد صحیح بین  $-12$  و  $21$  برابر است با:

۳۱ (۴)

۳۲ (۳)

۳۳ (۲)

۳۴ (۱)

$$\text{تعداد: } 21 - (-12) - 1 = 32$$

**پاسخ: گزینه ۳** با توجه به توضیحات داده شده می‌توان گفت:

**تست:** تعداد اعداد صحیح زوج بین  $-17$  و  $54$  برابر است با:

۳۴ (۴)

۳۵ (۳)

۳۶ (۲)

۳۷ (۱)

**پاسخ: گزینه ۲** با استفاده از رابطه‌ای که برای تعداد اعداد با فاصله منظم تعریف شده، داریم:

$$\text{تعداد} = \frac{\text{اولین عدد زوج} - \text{آخرین عدد زوج}}{۲} + ۱ = \frac{۵۲ - (-۱۶)}{۲} + ۱ = ۳۵$$

### قرینه عدد

منظور از قرینه عدد  $a$ ، قرینه آن نسبت به مبدأ، یعنی صفر است و به این معنی است که از نقطه  $a$  تا مبدأ را طی کرده و به همان اندازه در جهت خلاف آن حرکت کنیم. به طور خلاصه، منظور از قرینه  $a$ ، عدد  $-a$  است. با این تعریف می‌توان گفت:

**الف)** اگر عددی زوج بار قرینه شود، برابر با خود عدد می‌شود.

**ب)** اگر عددی فرد بار قرینه شود، برابر با قرینه آن عدد می‌شود.

**پ)** عدد صفر تنها عددی است که قرینه‌اش با خودش برابر است.

**تست:** عددی را  $103$  بار قرینه کردیم و سپس آن را با کوچک‌ترین عدد صحیح منفی یک‌رقمی جمع کردیم و حاصل برابر با  $-12$  شد. عدد اولیه برابر با کدام گزینه است؟

$-11$  (۴)

$-3$  (۳)

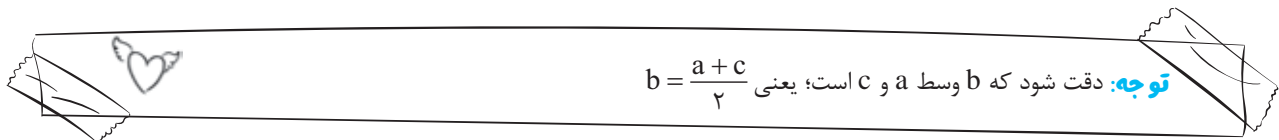
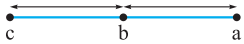
$11$  (۲)

$3$  (۱)

**پاسخ: گزینه ۱** فرض کنید عدد مدنظر  $x$  باشد. از آن‌جا که کوچک‌ترین عدد صحیح منفی یک‌رقمی برابر با  $-9$  و فرد بار ( $103$  بار) قرینه کردن  $x$  معادل  $-x$  است، پس:

$$-9 - x = -12 \Rightarrow -x = -3 \Rightarrow x = 3$$

**قرینه  $a$  نسبت به  $b$ :** منظور از قرینه  $a$  نسبت به نقطه  $b$  این است که از نقطه  $a$  تا  $b$  را طی کرده و به همان مقدار به طرف دیگر  $b$  حرکت کنیم؛ این مقدار با توجه به شکل مقابل برابر است با:  $c = 2b - a$ .



**تست:** قرینه عدد  $+3$  نسبت به  $-10$  برابر است با:

$-14$  (۴)

$-17$  (۳)

$-23$  (۲)

$-20$  (۱)

$$2 \times (-10) - 3 = -23$$

**پاسخ: گزینه ۲** با توجه به رابطه بیان‌شده، این مقدار برابر است با:

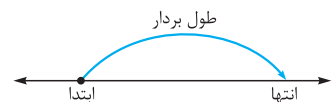
### بردار

هر حرکت روی محور اعداد صحیح را معمولاً با یک بردار مانند شکل زیر، نمایش می‌دهند. رابطه‌های زیر بین ابتدا، انتها و طول بردار برقرار است:

انتهای بردار = طول بردار + ابتدای بردار: جمع متناظر

طول بردار = ابتدای بردار - انتهای بردار

ابتدای بردار = طول بردار - انتهای بردار



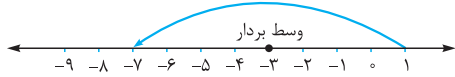


**تست:** اگر وسط برداری نقطه  $-3$  و ابتدای آن نقطه  $+1$  باشد، انتهای بردار برابر است با:

- (۱)  $-9$       (۲)  $-8$       (۳)  $-7$       (۴)  $-6$

$$1 - (-8) = -7$$

**پاسخ: گزینه ۱** با توجه به محور زیر، طول بردار برابر با  $-8$  است؛ پس انتهای آن برابر است با:



## محاسبات در اعداد صحیح

ترتیب عملیات:

اگر در انجام محاسبات، هم‌زمان چند عمل یا نماد ظاهر شد، ترتیب اولویت آن‌ها به شکل زیر است:

- ① پرانتز یا کروشه (در صورت ظاهر شدن چند پرانتز یا کروشه، از داخلی‌ترین آن شروع به محاسبه می‌کنیم).
- ② توان و جذر
- ③ ضرب و تقسیم (در صورت ظاهر شدن چند عمل ضرب یا تقسیم از چپ به راست عملیات را انجام می‌دهیم).
- ④ جمع و تفریق (در صورت ظاهر شدن چند عمل جمع یا تفریق از چپ به راست عملیات را انجام می‌دهیم).

**تست:** حاصل عبارت  $A = -7 - (1-10) \times (-2)^2 - 30 \div 5 \times 2 - 3^2 \div (-3)$  برابر است با:

- (۱)  $24$       (۲)  $22$       (۳)  $20$       (۴)  $18$

**پاسخ: گزینه ۳** با رعایت اولویت در انجام محاسبات داریم:

$$A = -7 - (1-10) \times (-2)^2 - 30 \div 5 \times 2 - 3^2 \div (-3) = -7 - (-9) \times 4 - 6 \times 2 - 9 \div (-3) = -7 + 36 - 12 + 3 = 20$$

## محاسبات بین اعداد با فاصله منظم

اگر تعدادی عدد صحیح، پشت سر هم نوشته شود، به طوری که فاصله هر عدد از عدد قبل و بعدش با هم برابر باشد، در انجام محاسبات می‌توان از روابط زیر استفاده کرد:

$$\text{تعداد} \times \frac{(\text{عدد اول} + \text{عدد آخر})}{2} = \text{مجموع اعداد}$$

$$1 + \frac{\text{عدد اول} - \text{عدد آخر}}{\text{فاصله}} = \text{تعداد اعداد}$$

**تست:** حاصل عبارت  $1 + 3 + 5 + \dots + 81$  برابر است با:

- (۱)  $1092$       (۲)  $1134$       (۳)  $1176$       (۴)  $1204$

**پاسخ: گزینه ۲** با توجه به این که فاصله هر دو عدد متوالی برابر با  $3$  است، می‌توان نوشت:

$$\text{تعداد} = \frac{81-3}{3} + 1 = 27$$

$$\text{مجموع} = \frac{(81+3) \times 27}{2} = \frac{84 \times 27}{2} = 42 \times 27 = 1134$$

**فاکتوریل:** فاکتوریل یک نماد ریاضی است که برای خلاصه‌نویسی از آن استفاده می‌کنیم. اگر  $n$  عددی صحیح و غیرمنفی باشد، آن‌گاه:

$$n! = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times (n-1) \times n$$

$$1! = 1$$

$$2! = 1 \times 2 = 2$$

$$3! = 1 \times 2 \times 3 = 6$$

پس با این تعریف:

$$0! = 1$$

**توجه:** دقت شود که  $n! = n \times (n-1)!$  به طور مثال  $10! = 10 \times 9!$ .

(از نماد فاکتوریل در انجام محاسبات برخی از عبارات در این فصل استفاده می‌شود.)

**مثال:** مقدار کسر  $\frac{15!}{13!}$  پس از ساده‌شدن برابر با چه عددی است؟

**پاسخ:**

$$\frac{15!}{13!} = \frac{15 \times 14 \times \cancel{13!}}{\cancel{13!}} = 15 \times 14 = 210$$

**نکته:** در بعضی از سؤالات مربوط به محاسبات اعداد صحیح، رابطه منظمی بین همه اعداد وجود ندارد و باید ابتدا با پرانتزبندی مناسب این رابطه منظم را ایجاد کرد و سپس حاصل عبارت را به دست آورد.

**تست:** حاصل عبارت  $210 - 40 + 30 - 20 + 10$  برابر است با:

$-110$  (۱)       $+110$  (۲)       $-100$  (۳)       $+100$  (۴)

$$A = 210 + \overbrace{(10 - 20) + (30 - 40) + \dots + (190 - 200)}^B = A$$

**پاسخ: گزینه ۲** عبارت را به صورت مقابل بازنویسی می‌کنیم.

مقدار هر پرانتز برابر با  $-10$  است. از طرفی تعداد پرانتزها برابر است:

$$\text{تعداد} = \frac{200 - 20}{20} + 1 = 10 \quad \text{یا} \quad \text{تعداد} = \frac{190 - 10}{20} + 1 = 10$$

$$B = 10 \times (-10) = -100$$

$$A = B + 210 = -100 + 210 = +110$$

پس:

و

**تست:** حاصل عبارت  $159 + 155 + \dots + 69 + 65 + 59 + 55 + 49 + 45$  برابر است با:

$2300$  (۱)       $2338$  (۲)       $2400$  (۳)       $2448$  (۴)

$$A = \underbrace{45 + 55 + 65 + \dots + 155}_A + \underbrace{49 + 59 + \dots + 159}_B$$

**پاسخ: گزینه ۴** عبارت داده‌شده را می‌توان به صورت مقابل نوشت:

هر یک از مقادیر  $A$  و  $B$  را حساب می‌کنیم و با هم جمع می‌کنیم.

$$\text{تعداد} = \frac{155 - 45}{10} + 1 = 12$$

$$\text{مجموع} = \frac{(155 + 45) \times 12}{2} = \frac{200 \times 12}{2} = 1200$$

در مورد A:

$$\text{تعداد} = \frac{159 - 49}{10} + 1 = 12$$

$$\text{مجموع} = \frac{(159 + 49) \times 12}{2} = \frac{208 \times 12}{2} = 1248$$

در مورد B:

$$\text{حاصل عبارت} = 1200 + 1248 = 2448$$

پس:

بعضی از روابط مربوط به مجموع‌های متوالی:

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

**الف)** مجموع اعداد طبیعی متوالی از ۱ تا  $n$ :

$$2 + 4 + 6 + \dots + 2n = n(n+1)$$

**ب)** مجموع  $n$  عدد زوج متوالی:

$$1 + 3 + 5 + \dots + (2n-1) = n^2$$

**پ)** مجموع  $n$  عدد فرد متوالی:

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

**ت)** مجموع مربعات  $n$  عدد متوالی:

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$$

**ث)** مجموع مکعبات  $n$  عدد متوالی:

### میانگین

در بعضی از سؤالات مربوط به اعداد صحیح، میانگین اعداد داده‌شده خواسته می‌شود. برای به دست آوردن میانگین کافی است مجموع اعداد داده‌شده را بر تعداد آن تقسیم کنیم.

$$\text{میانگین} = \frac{\text{مجموع}}{\text{تعداد}} = \frac{\text{عدد آخر} + \text{عدد اول}}{2}$$

**نکته:** در مورد دنباله اعداد با فاصله منظم می‌توان گفت:



**تست:** میانگین اعداد زوج متوالی بین ۱۳ و ۱۰۴ برابر است با:

۵۶ (۴)

۵۷ (۳)

۵۸ (۲)

۵۹ (۱)

**پاسخ: گزینه ۲** با توجه به سؤال داریم:

اولین عدد زوج = ۱۴      آخرین عدد زوج = ۱۰۲

$$\text{میانگین} = \frac{۱۰۲ + ۱۴}{۲} = \frac{۱۱۶}{۲} = ۵۸$$

پس:

**نکته:** اگر میانگین چند عدد برابر با  $m$  شود، آن گاه:

**(الف)** اگر همه اعداد با عدد  $k$  جمع شوند، میانگین اعداد جدید برابر  $m + k$  است.

**(ب)** اگر از همه اعداد مقدار  $k$  کم شود، میانگین اعداد جدید برابر  $m - k$  است.

**(پ)** اگر همه اعداد در  $k$  ضرب شوند، میانگین اعداد جدید برابر  $m \cdot k$  است.

**(ت)** هرگاه  $m$  را با خود آن چند عدد در نظر گرفته و میانگین آن‌ها را مجدداً به دست آوریم، میانگین تغییری نمی‌کند.

**تست:** به اعداد ۱۴، -۱۰، ۲۸ و ۱۲ چه عددی اضافه کنیم تا میانگین تغییری نکند؟

۱۰ (۴)

۱۱ (۳)

۱۲ (۲)

۱۳ (۱)

**پاسخ: گزینه ۳** طبق نکته قبل قسمت (ت)، اگر به این اعداد میانگین آن‌ها را اضافه کنیم و مجدداً میانگین بگیریم، میانگین تغییری نمی‌کند.

$$\text{میانگین اعداد} = \frac{۱۴ + (-۱۰) + ۲۸ + (۱۲)}{۴} = ۱۱$$

## ● عددهای گویا

مجموعه اعداد گویا در واقع مجموعه کسرهایی به صورت  $\frac{a}{b}$  است که  $a$  و  $b$  اعدادی صحیح ( $b$  مخالف صفر) باشد. مجموعه اعداد گویا را با  $\mathbb{Q}$  نشان

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} \mid a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0 \right\}$$

می‌دهند، به عبارت دیگر:

**نکته:** در مورد اعداد گویا توجه داشته باشید که:

**(الف)** هر عدد طبیعی و صحیح یک عدد گویا است (زیرا می‌توان مخرج آن‌ها را عدد یک در نظر گرفت)؛ ولی برعکس آن همواره درست نیست.

**(ب)** هر عدد گویا را می‌توان به شکل یک کسر با صورت و مخرج عدد صحیح نوشت ولی نمی‌توان گفت هر کسر عددی گویا است؛ مثلاً  $\frac{\sqrt{2}}{3}$  عددی

گویا نیست، زیرا  $\sqrt{2}$  متعلق به اعداد صحیح نمی‌باشد.

$$\left\{ -\left(\frac{3}{\sqrt{9}}\right), 1/2, -(-3)^3, 0, \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}}, -\frac{3}{6}, \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{2}} \right\}$$

۶، ۴ (۴)

۶، ۳ (۳)

۵، ۴ (۲)

۵، ۳ (۱)

**تست:** در مجموعه مقابل به ترتیب چند عدد صحیح و چند عدد گویا وجود دارد؟

**پاسخ: گزینه ۴** اعداد  $-\left(\frac{3}{\sqrt{9}}\right) = -1$ ،  $-(-3)^3 = 27$ ، صفر و  $\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}} = \sqrt{9} = 3$  اعداد صحیح هستند.

از آن‌جا که هر عدد صحیح یک عدد گویا است، علاوه بر عددهای صحیح بالا، عددهای  $1/2 = \frac{12}{10}$  و  $-\frac{3}{6}$  نیز گویا هستند.

## ● علامت عدد گویا

در مورد علامت عددهای گویا توجه داشته باشید که:

**(الف)** علامت کسر می‌تواند در صورت، مخرج یا پشت کسر قرار گیرد:

$$-\frac{a}{b} = \frac{-a}{b} = \frac{a}{-b}$$

$$+a \frac{b}{c} = a + \frac{b}{c}$$

$$-a \frac{b}{c} = -a - \frac{b}{c}$$

**(ب)** در مورد عدد مخلوط توجه داشته باشید که:



## معکوس اعداد گویا

معکوس هر عدد گویا مانند  $X$  ( $X$  باید مخالف صفر باشد) برابر با  $\frac{1}{X}$  است.

**نکته:** با توجه به تعریف معکوس یک عدد، می توان گفت:

**الف)** عدد صفر، تنها عددی است که معکوس ندارد.

**ب)**  $1$  و  $-1$  تنها اعدادی هستند که معکوسشان با خودشان برابر است.

**پ)** علامت هر عدد و معکوسش یکسان است.

**ت)** اگر عددی را زوج بار معکوس کنیم، با خودش برابر می شود و اگر فرد بار معکوس کنیم، با معکوس آن برابر می شود.

**ث)** معکوس کسر  $\frac{a}{b}$  برابر با  $\frac{b}{a}$  است.

**ج)** حاصل ضرب هر عددی در معکوسش برابر با یک است، به عبارت دیگر:

$$\frac{a}{b} \times \frac{b}{a} = 1$$

**تست:** قرینه و معکوس  $(-\frac{1}{3})$  برابر است با:

$$\frac{3}{5} \text{ (۱)} \quad -\frac{3}{5} \text{ (۲)} \quad \frac{3}{7} \text{ (۳)} \quad -\frac{3}{7} \text{ (۴)}$$

**پاسخ: گزینه ۴** ابتدا عدد مخلوط را به کسر تبدیل می کنیم و سپس قرینه و معکوس آن را به دست می آوریم.

$$-\frac{3}{7} = \text{قرینه و معکوس } \frac{3}{7} \Rightarrow \frac{3}{7} = \text{معکوس } \frac{3}{7} \Rightarrow -(-\frac{1}{3}) = \frac{1}{3}$$

## کسره های مساوی

برای نوشتن کسری مساوی با کسر  $\frac{a}{b}$ ، کافی است صورت و مخرج آن را در یک عدد مشترک ضرب کنیم. به عنوان مثال:

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \dots$$

**نکته:** هرگاه صورت و مخرج کسری را  $k$  برابر کنیم:

**الف)** کسر حاصل با کسر اولیه برابر است.

**ب)** اختلاف صورت و مخرج  $k$  برابر می شود.

**ب)** حاصل جمع صورت با مخرج در کسر جدید،  $k$  برابر می شود.

**ت)** حاصل ضرب صورت و مخرج  $k^2$  برابر می شود.

**تست:** کسری مساوی با کسر  $\frac{6}{7}$  نوشته ایم که مجموع صورت و مخرج آن ۳۹ است. صورت این کسر برابر با چه عددی است؟

$$16 \text{ (۱)} \quad 18 \text{ (۲)} \quad 20 \text{ (۳)} \quad 22 \text{ (۴)}$$

**پاسخ: گزینه ۲** با توجه به این که حاصل جمع صورت و مخرج ۳۹ است، ابتدا مقدار  $k$  (یعنی عددی که به طور مشترک در صورت و مخرج ضرب

$$\frac{6}{7} \xrightarrow[k=39 \div 13=3]{\frac{6+7=13}{k=39 \div 13=3}} \text{ کسر مورد نظر} = \frac{6 \times 3}{7 \times 3} = \frac{18}{21}$$

شده است.) را به دست می آوریم.

**تست:** کسری مساوی با  $\frac{2}{9}$  نوشته ایم که حاصل ضرب صورت و مخرج آن ۷۲ شده است. مخرج این کسر برابر است با:

$$16 \text{ (۱)} \quad 18 \text{ (۲)} \quad 24 \text{ (۳)} \quad 36 \text{ (۴)}$$

**پاسخ: گزینه ۲** می دانیم با توجه به این که اگر صورت و مخرج کسری در  $k$  ضرب شود، حاصل ضرب صورت و مخرج کسر جدید  $k^2$  برابر می شود.

$$\frac{2}{9} \xrightarrow[k^2=72 \div 18=4]{\frac{2 \times 9=18}{k^2=72 \div 18=4}} \text{ کسر مورد نظر} = \frac{2 \times 2}{9 \times 2} = \frac{4}{18}$$

ابتدا مقدار  $k$  را حساب می کنیم.

**چند رابطه در مورد کسره های مساوی:**

① معکوس دو کسر (غیرصفر) با هم برابر است.

② طرفین وسطین

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{d}{c}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow ab = cd$$

$$A = \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \dots \Rightarrow \frac{a+c+e+\dots}{b+d+f+\dots} = A$$

③ اگر چند کسر با هم برابر باشند، آن گاه:



## مقایسه کسرها

برای مقایسه دو یا چند کسر می‌توان از یکی از روش‌های زیر استفاده کرد:

① ابتدا مخرج کسرها را یکسان نموده (در صورتی که مخرج‌ها یکسان نباشند)، سپس برای مقایسه، هر کسری که صورت بزرگ‌تری داشته باشد، بزرگ‌تر است.

② ابتدا صورت کسرها را یکسان نموده (اگر صورت‌ها یکسان نباشند)، سپس برای مقایسه، هر کسری که مخرج کوچک‌تری داشته باشد، بزرگ‌تر است.

③ در بین کسرهایی به شکل  $\frac{1}{4}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \dots$  که صورت همواره یک واحد از مخرج کوچک‌تر است، کسری بزرگ‌تر است که اعداد صورت و مخرج آن بزرگ‌ترند.

④ در بین کسرهایی به شکل  $\frac{2}{1}, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \dots$  که صورت همواره یک واحد از مخرج بزرگ‌تر است، کسری بزرگ‌تر است که اعداد صورت و مخرج آن کوچک‌ترند.

**آست:** کدام مقایسه در مورد سه کسر  $\frac{2}{5}, \frac{7}{3}, \frac{3}{8}$  درست است؟

$$\frac{3}{8} < \frac{7}{3} < \frac{2}{5} \quad (4)$$

$$\frac{7}{3} < \frac{3}{8} < \frac{2}{5} \quad (3)$$

$$\frac{2}{5} < \frac{7}{3} < \frac{3}{8} \quad (2)$$

$$\frac{7}{3} < \frac{2}{5} < \frac{3}{8} \quad (1)$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{2}{5} = \frac{16}{40} \\ \frac{7}{3} = \frac{14}{40} \\ \frac{3}{8} = \frac{15}{40} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{7}{3} < \frac{3}{8} < \frac{2}{5}$$

**پاسخ: گزینه ۳** ابتدا مخرج مشترک گرفته، سپس صورت‌ها را با هم مقایسه می‌کنیم.

**آست:** کدام کسر از همه بزرگ‌تر است؟

$$\frac{103}{102} \quad (4)$$

$$\frac{102}{101} \quad (3)$$

$$\frac{101}{100} \quad (2)$$

$$\frac{99}{98} \quad (1)$$

**پاسخ: گزینه ۱** طبق نکته قبل قسمت ۴، کسری بزرگ‌تر است که عدد صورت و مخرج آن کوچک‌تر باشد، یعنی گزینه «۱».

## نوشتن کسر بین دو کسر

بین هر دو عدد گویا بی‌شمار عدد گویا وجود دارد. برای یافتن اعداد گویا بین هر دو کسر می‌توان از یکی از روش‌های زیر استفاده کرد:

$$\frac{a}{b} < \frac{\frac{a+c}{2}}{2} < \frac{c}{d}$$

① محاسبه میانگین دو کسر:

$$\frac{1}{2} < \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}{2} = \frac{5}{12} < \frac{1}{3}$$

به عنوان مثال:

$$\frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+d} < \frac{c}{d}$$

② جمع صورت‌ها با هم و مخرج‌ها با هم:

**مثال:** بین دو کسر  $\frac{2}{3}$  و  $\frac{5}{4}$  سه کسر بنویسید.

**پاسخ:** برای به دست آوردن این سه کسر، دو بار از روش دوم استفاده می‌کنیم.

$$\frac{2}{3} < \frac{2+5}{3+4} = \frac{7}{7} = 1 < \frac{5}{4}$$

$$\frac{2}{3} < \frac{2+1}{3+1} = \frac{3}{4} < 1 < \frac{1+5}{1+4} = \frac{6}{5} < \frac{5}{4}$$

③ یکسان‌سازی مخرج‌ها: برای یافتن  $k$  کسر بین دو کسر، پس از هم‌مخرج‌کردن کسرها، صورت و مخرج را در  $k+1$  ضرب می‌کنیم.

④ یکسان‌سازی صورت‌ها: برای یافتن  $k$  کسر بین دو کسر، پس از یکسان‌سازی صورت کسرها، صورت و مخرج کسر را در  $k+1$  ضرب می‌کنیم.



**مثال:** بین دو کسر  $\frac{1}{3}$  و  $\frac{1}{4}$  به روش یکسان‌سازی مخرج‌ها، ۴ کسر بنویسید.

**پاسخ:** ابتدا مخرج‌ها را یکسان می‌کنیم؛ سپس صورت و مخرج را در  $k+1$  ( $k=4$ ) ضرب می‌کنیم.

$$\frac{1}{2} = \frac{3}{6} \xrightarrow[\text{یعنی } 5]{\text{ضرب در } k+1} \frac{3 \times 5}{6 \times 5} = \frac{15}{30}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{2}{6} \xrightarrow[\text{یعنی } 5]{\text{ضرب در } k+1} \frac{2 \times 5}{6 \times 5} = \frac{10}{30}$$

$$\frac{10}{30} < \frac{11}{30}, \frac{12}{30}, \frac{13}{30}, \frac{14}{30} < \frac{15}{30}$$

پس کسرهای مورد نظر عبارت‌اند از:

**توجه:** از روش ۳ و ۴ معمولاً در حالتی استفاده می‌شود که اختلاف دو عدد، یک واحد باشد و هیچ عدد صحیحی نتوان بین آن‌ها نوشت.

**تست:** بین دو کسر  $\frac{2}{5}$  و  $\frac{6}{8}$  چند کسر با مخرج ۴۰ و صورت طبیعی می‌توان نوشت؟

۱۳ (۴)

۱۴ (۳)

۱۲ (۲)

۱۱ (۱)

**پاسخ: گزینه ۴** ابتدا مخرج‌ها را یکسان کرده و سپس با توجه به عدد ظاهر شده در صورت دو کسر، این تعداد را مشخص می‌کنیم.

$$\frac{2}{5} = \frac{16}{40} \Rightarrow \frac{16}{40} < \frac{17}{40}, \frac{18}{40}, \dots, \frac{29}{40} < \frac{30}{40}$$

$$\frac{6}{8} = \frac{30}{40}$$

$$\text{تعداد کسرها} = 29 - 17 + 1 = 13$$

## محاسبات در اعداد گویا

در سؤالاتی که مربوط به محاسبات اعداد گویاست، با رعایت اولویت در ترتیب عملیات، ابتدا صورت و مخرج کسر را ساده کرده و سپس حاصل عبارت را به دست آورید.

**تست:** حاصل عبارت  $A = \frac{-\frac{1}{2} - 3 \div \frac{1}{4}}{-2 \div \frac{1}{3} - 4}$  برابر است با:

$-\frac{5}{4}$  (۴)

$\frac{5}{4}$  (۳)

$-\frac{4}{5}$  (۲)

$\frac{4}{5}$  (۱)

$$A = \frac{-\frac{1}{2} - 3 \times \frac{4}{1}}{-2 \times \frac{3}{1} - 4} = \frac{-\frac{1}{2} - 12}{-6 - 4} = \frac{-\frac{25}{2}}{-10} = \frac{25}{20} = \frac{5}{4}$$

**پاسخ: گزینه ۳**

**نکته:** در بعضی از سؤالات مربوط به محاسبات اعداد گویا که عدد مخلوط در آن وجود دارد، بهتر است قسمت‌های صحیح را با هم و قسمت‌های کسری را با هم در نظر بگیریم و سپس محاسبات را انجام دهیم.

**تست:** حاصل عبارت  $A = 1\frac{1}{3} + 2\frac{2}{3} + 3\frac{3}{3} + \dots + 9\frac{9}{3}$  برابر است با:

۶۴ (۴)

۶۲ (۳)

۶۰ (۲)

۵۸ (۱)

**پاسخ: گزینه ۲** قسمت‌های صحیح عبارت را کنار هم و قسمت‌های کسری را نیز کنار هم نوشته و سپس محاسبات را انجام می‌دهیم.

$$A = (1+2+3+\dots+9) + \frac{1}{3} + \frac{2}{3} + \dots + \frac{9}{3} = \frac{9 \times 10}{2} + \frac{9}{3} = 45 + 3 = 48$$

**نکته:** در سؤالاتی که مرتباً چند پرانتز در هم ضرب شده، معمولاً بعد از این که عبارت هر پرانتز محاسبه می‌شود، کسرها با هم ساده می‌شوند.



**تست:** حاصل عبارت  $M = \frac{(1-\frac{1}{10})(1-\frac{1}{11})(1-\frac{1}{12})\dots(1-\frac{1}{20})}{(1+\frac{1}{10})(1+\frac{1}{11})(1+\frac{1}{12})\dots(1+\frac{1}{20})}$  برابر است با:

$\frac{11}{10}$  (۴)

$\frac{10}{11}$  (۳)

$\frac{14}{3}$  (۲)

$\frac{3}{14}$  (۱)

**پاسخ: گزینه ۱** ابتدا حاصل هر پرانتز را به دست می‌آوریم، سپس عبارت را ساده می‌کنیم.

$$M = \frac{\frac{9}{10} \times \frac{10}{11} \times \frac{11}{12} \times \dots \times \frac{19}{20}}{\frac{11}{10} \times \frac{12}{11} \times \frac{13}{12} \times \dots \times \frac{21}{20}} = \frac{9}{20} = \frac{3}{14}$$

### مجموع نامتناهی کسرها

در بعضی از مجموع‌های نامتناهی اعداد، با ضرب عددی مناسب در عبارت، ساختار عبارت اصلی مجدداً در آن ظاهر می‌شود. در این حالت با جای‌گذاری مناسب می‌توان حاصل عبارت را به دست آورد.

**تست:** حاصل عبارت  $A = \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} + \frac{1}{256} + \dots$  برابر است با:

$\frac{1}{4}$  (۴)

$\frac{1}{3}$  (۳)

$\frac{2}{3}$  (۲)

$\frac{3}{4}$  (۱)

**پاسخ: گزینه ۳** با توجه به این که مخرج کسر مرتباً در عدد ۴ ضرب می‌شود، با ضرب طرفین تساوی در ۴ داریم:

$$4A = 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} + \dots \Rightarrow 4A = 1 + A \Rightarrow 3A = 1 \Rightarrow A = \frac{1}{3}$$

**نکته:** اگر در دنباله بی‌انتهای اعداد، هر عدد از ضرب عدد قبلی، در عددی ثابت (که آن عدد بین ۱ و -۱ است) به وجود آید، برای به دست آوردن

مجموع آن‌ها می‌توان از رابطه زیر استفاده کرد:

$$\text{مجموع} = \frac{\text{اولین عدد}}{\text{عدد ثابت} - 1}$$

**تست:** حاصل عبارت  $A = 7 + \frac{7}{2} + \frac{7}{4} + \frac{7}{8} + \frac{7}{16} + \dots$  برابر با کدام گزینه است؟

$\frac{14}{3}$  (۴)

۲۱ (۳)

۱۴ (۲)

$\frac{21}{2}$  (۱)

**پاسخ: گزینه ۲** ابتدا A را به شکل ساده‌تری می‌نویسیم:

$$A = 7 \left( 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots \right)$$

با توجه به توضیحات قبل از مثال، برای محاسبه عبارت داخل پرانتز، اولین عدد برابر با یک و عدد ثابتی که مرتباً در حال ضرب شدن است، عدد  $\frac{1}{2}$  است:

$$1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots$$

به الگوی روبه‌رو توجه کنید:

$$A = 7 \left( \frac{1}{1 - \frac{1}{2}} \right) = 7 \times 2 = 14$$

پس:

### کسره‌های مسلسل (پی‌درپی)

برای محاسبه کسرهایی که مرتباً در صورت و مخرج آن، مجدداً کسر ظاهر می‌شود، از آخرین کسر شروع به محاسبه می‌کنیم.

**تست:** حاصل عبارت  $k = \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{5}}}$  برابر است با:

$\frac{11}{9}$  (۴)                       $\frac{6}{11}$  (۳)                       $\frac{9}{11}$  (۲)                       $\frac{11}{6}$  (۱)

$$k = \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{1}{\frac{1}{5}}}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{5}} = \frac{1}{\frac{6}{5}} = \frac{5}{6}$$

**پاسخ: گزینه ۳** از آخرین کسر شروع به محاسبه می‌کنیم.

**نکته:** برای تبدیل کسر ساده به کسر مسلسل، کافی است عکس روش محاسبه کسر مسلسل عمل کنیم. به این ترتیب که ابتدا کسر را به صورت عدد

مخلوط می‌نویسیم و سپس از تساوی  $\frac{a}{b} = \frac{1}{\frac{1}{a}}$  استفاده می‌کنیم.

**تست:** هرگاه داشته باشیم  $\frac{58}{17} = 3 + \frac{1}{x + \frac{1}{y + \frac{1}{z}}}$ ، حاصل  $x + y + z$  برابر با چه عددی است؟

$7$  (۴)                       $6$  (۳)                       $5$  (۲)                       $4$  (۱)

$$\frac{a}{b} = \frac{1}{\frac{1}{a}}$$

**پاسخ: گزینه ۴** ابتدا قسمت صحیح کسر  $\frac{58}{17}$  را جدا کرده و سپس از این رابطه استفاده می‌کنیم که:

$$\frac{58}{17} = 3 + \frac{1}{\frac{17}{17}} = 3 + \frac{1}{\frac{17}{2+3}} = 3 + \frac{1}{2 + \frac{1}{\frac{17}{3}}} = 3 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3}}}$$

$$x = 2, y = 2, z = 3 \Rightarrow x + y + z = 7$$

پس:

### کسر مسلسل نامتناهی:

در کسره‌های مسلسل نامتناهی، معمولاً ساختار عبارت مجدداً درون آن ظاهر می‌شود. در این سوالات با جای‌گذاری مناسب، مسئله را به شکل ساده‌تری تبدیل کرده و سپس حاصل عبارت را به دست می‌آوریم.

**تست:** حاصل عبارت  $A = 6 - \frac{9}{6 - \frac{9}{6 - \frac{9}{\ddots}}}$  برابر است با:

$\frac{3}{2}$  (۴)                       $2$  (۳)                       $3$  (۲)                       $4$  (۱)

**پاسخ: گزینه ۲**

$$A = 6 - \frac{9}{6 - \frac{9}{6 - \frac{9}{\ddots}}} \Rightarrow A = 6 - \frac{9}{A} \Rightarrow A = \frac{6A - 9}{A} \Rightarrow A^2 = 6A - 9 \Rightarrow A^2 - 6A + 9 = 0$$

$$\left(6 - \frac{9}{6 - \frac{9}{\ddots}}\right) = A$$

$$\Rightarrow (A - 3)^2 = 0 \Rightarrow A - 3 = 0 \Rightarrow A = 3$$



## کسر تلسکوپی

**حالت اول:** اگر مخرج یک کسر، حاصل ضرب دو عدد و صورت آن تفاضل همان دو عدد باشد، برای تبدیل آن به دو کسر به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$\frac{b-a}{a \times b} = \frac{1}{a} - \frac{1}{b}$$

$$\frac{5}{66} = \frac{5}{6 \times 11} = \frac{11-6}{6 \times 11} = \frac{1}{6} - \frac{1}{11}$$

به عنوان مثال:

**حالت دوم:** اگر مخرج یک کسر، حاصل ضرب دو عدد و صورت آن مجموع همان دو عدد باشد، برای تبدیل آن به دو کسر به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$\frac{a+b}{a \times b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$$

$$\frac{5}{6} = \frac{2+3}{2 \times 3} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3}$$

به عنوان مثال:

**تست:** حاصل عبارت  $A = \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \frac{1}{7 \times 9} + \dots + \frac{1}{19 \times 21}$  برابر است با:

$\frac{1}{7}$  (۱)       $\frac{3}{7}$  (۲)       $\frac{2}{21}$  (۳)       $\frac{1}{21}$  (۴)

**پاسخ: گزینه ۱** با توجه به این که اختلاف دو عدد ظاهر شده در هر مخرج برابر با ۲ است، می‌توان نوشت:

$$A = \frac{2}{2} \left( \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \dots + \frac{1}{19 \times 21} \right) = \frac{1}{2} \left( \frac{2}{3 \times 5} + \frac{2}{5 \times 7} + \dots + \frac{2}{19 \times 21} \right) = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots + \frac{1}{19} - \frac{1}{21} \right) \\ = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{21} \right) = \frac{1}{2} \times \frac{6}{21} = \frac{1}{7}$$

**تست:** حاصل عبارت  $B = \frac{3}{1 \times 2} - \frac{5}{2 \times 3} + \frac{7}{3 \times 4} - \dots - \frac{29}{14 \times 15}$  برابر است با:

$\frac{13}{14}$  (۱)       $\frac{14}{15}$  (۲)       $\frac{14}{13}$  (۳)       $\frac{15}{14}$  (۴)

**پاسخ: گزینه ۲** با توجه به این که مجموع اعدادی که در مخرج ضرب شده‌اند، در صورت ظاهر شده، از قاعده تلسکوپی جمع استفاده می‌کنیم.

$$B = \frac{1}{1} + \frac{1}{2} - \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right) + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \dots - \left( \frac{1}{14} + \frac{1}{15} \right) = \frac{1}{1} - \frac{1}{15} = \frac{14}{15}$$

## مسائل اعداد گویا

هرگاه چند نفر با هم کاری را انجام دهند، به شرطی که نفر اول کار را در  $a$  ساعت، نفر دوم در  $b$  ساعت، نفر سوم در  $c$  ساعت و ... آن‌گاه کل کار در  $n$  ساعت انجام می‌شود که  $n$  از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\frac{1}{n} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \dots$$

**تست:** علی کتابی را در ۳۰ روز رونویسی می‌کند. علی و برادرش در ۱۲ روز همان کتاب را رونویسی می‌کنند. برادر علی همان کتاب را در چند روز به تنهایی می‌تواند رونویسی کند؟

۱۵ (۱)      ۲۰ (۲)      ۴۲ (۳)      ۱۸ (۴)

**پاسخ: گزینه ۲** فرض کنید روزهایی که برادر علی به تنهایی این کار را می‌تواند انجام دهد، برابر با  $n$  باشد، پس:

$$\frac{1}{30} + \frac{1}{n} = \frac{1}{12} \Rightarrow \frac{1}{n} = \frac{1}{12} - \frac{1}{30} = \frac{3}{60} - \frac{2}{60} = \frac{1}{60} \Rightarrow n = 60$$

# سوالات چندگزینه‌ای

## اعداد صحیح

۱- چندتا از جملات زیر درست هستند؟

(الف) بزرگ‌ترین عدد صحیح منفی، عدد  $-1$  است.

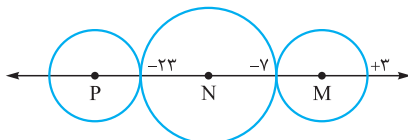
(ب) عدد صفر کوچک‌ترین عدد مثبت است.

(پ) قرینه هر عدد از خودش کوچک‌تر است.

(ت) دو برابر هر عدد صحیح از خودش بزرگ‌تر است.

(۱) هیچ‌کدام (۲) فقط یکی (۳) دوتا (۴) سه‌تا

۲- در شکل زیر، فاصله مرکز دو دایره کوچک از هم چه قدر است؟ (شعاع‌های دو دایره کوچک چپ و راست مساوی‌اند).



(۱)  $17$  (۲)  $13$

(۳)  $24$  (۴)  $26$

۳- حاصل ضرب سه عدد صحیح، منفی است. اگر حاصل جمع حاصل ضرب دو به دوی آن‌ها منفی باشد، از این سه عدد، چند عدد مثبت و چند عدد منفی است؟

(۱) هر سه عدد منفی هستند. (۲) دو عدد مثبت و یک عدد منفی است.

(۳) دو عدد منفی و یک عدد مثبت است. (۴) نمی‌توان مشخص کرد.

۴- تعداد اعداد صحیح بین  $-63$  تا  $+19$  چندتا است؟

(۱)  $83$  (۲)  $82$  (۳)  $81$  (۴)  $80$

۵- در دنباله روبه‌رو به جای علامت سؤال چه عددی قرار می‌گیرد؟

(۱)  $+40$  (۲)  $-40$  (۳)  $-42$  (۴)  $+42$

۶- دنباله‌ای از اعداد را به شکل روبه‌رو نوشته‌ایم:

در این دنباله هر عدد برابر است با عدد قبلی منهای عدد قبل‌تر؛ مثلاً  $1-6=7$ ،  $6=7-1$ ،  $-1=6-7$ ، ... اگر این دنباله را به همین شکل ادامه دهیم،

عدد هزارم کدام است؟

(۱)  $1$  (۲)  $-1$  (۳)  $6$  (۴)  $-6$

۷- در دنباله قبل، مجموع هزار جمله اول دنباله کدام است؟

(۱)  $-1394$  (۲)  $14$  (۳)  $1393$  (۴)  $13$

۸- ابتدای برداری  $+5$  و انتهای آن نقطه  $-2$  است. طول این بردار چه قدر است؟

(۱)  $+7$  (۲)  $-7$  (۳)  $-3$  (۴)  $+3$

۹- از نقطه  $-6$ ،  $10$  بار و هر بار مقدار  $2$  واحد به سمت مثبت محور حرکت کردیم. انتهای بردار چه نقطه‌ای است؟

(۱)  $+6$  (۲)  $-16$  (۳)  $-14$  (۴)  $+14$

۱۰- طول برداری که از نقطه  $-10$  شروع شده و نقطه  $3$  وسط آن باشد، برابر چه عددی است؟

(۱)  $13$  (۲)  $20$  (۳)  $26$  (۴)  $32$

۱۱- عدد  $a$  را  $1395$  بار قرینه کرده‌ایم، حاصل برابر با کدام گزینه است؟

(۱)  $a$  (۲)  $-a$  (۳) صفر (۴) نمی‌توان مشخص کرد.





(مسابقات کانگورو)

۲۹- حاصل عبارت  $(1-2)-(3-4)-(5-6)-\dots-(99-100)$  برابر است با:

- (۱) صفر
- (۲)  $-50$
- (۳)  $+50$
- (۴)  $-48$
- (۵)  $+48$

۳۰- حاصل عبارت در کدام گزینه با بقیه گزینه‌ها یکسان نیست؟

- (۱)  $1-2+3-4+5-6+\dots+99-100$
- (۲)  $(1+3+5+\dots+99)-(2+4+6+\dots+100)$
- (۳)  $(13+15+\dots+113)-(14+16+18+\dots+114)$
- (۴)  $1-(2-(3-(\dots-(99-100)\dots)))$

۳۱- اگر  $A = 1-2-4+5+7-8-10+11+13-\dots+1393$  باشد، آن‌گاه مقدار A:

- (۱) کوچک‌تر از  $-1$  است.
- (۲) برابر  $-1$  است.
- (۳) برابر  $1$  است.
- (۴) بزرگ‌تر از  $1$  است.

۳۲- جدولی را تا سطر چهارم به شکل روبه‌رو نوشته‌ایم. اگر جدول را تا سطر  $1393$  ادامه دهیم، مجموع کل اعداد

جدول برابر است با:

- (۱)  $-697$
- (۲)  $695$
- (۳)  $-695$
- (۴)  $1393$

(المپیاد ریاضی ایران)

$-1$   
 $-1 \ +1$   
 $-1 \ +1 \ -1$   
 $-1 \ +1 \ -1 \ +1$   
 $\vdots \ \vdots \ \vdots$

### میانگین

۳۳- دمای شهر A،  $12$  درجه بالای صفر و دمای شهر B،  $20$  درجه سردتر از شهر A است. اگر دمای شهر C از میانگین دمای دو شهر A و B،  $9$  درجه گرم‌تر باشد، میانگین دمای سه شهر چه قدر است؟

- (۱)  $5$
- (۲)  $-5$
- (۳)  $11$
- (۴)  $-8$

۳۴- میانگین اعداد صحیح از  $-17$  تا  $+20$  کدام است؟

- (۱)  $1$
- (۲)  $1/5$
- (۳)  $-11/37$
- (۴)  $19/3$

۳۵- مجموع سه عدد صحیح  $-17$  است. اگر میانگین دو تای آن‌ها  $-21$  باشد، عدد سوم کدام است؟

- (۱)  $25$
- (۲)  $-15$
- (۳)  $-59$
- (۴)  $30$

۳۶- میانگین  $5$  عدد صحیح،  $-4$  شده است. چه عددی به آن‌ها بیفزاییم تا میانگین،  $5$  واحد بیشتر شود؟

- (۱)  $-26$
- (۲)  $26$
- (۳)  $-20$
- (۴)  $6$

۳۷- به اعداد  $-7$ ،  $+2$ ،  $+9$ ،  $-17$  و  $+3$  چه عددی اضافه کنیم تا میانگین تغییر نکند؟

- (۱)  $-1$
- (۲)  $+2$
- (۳) صفر
- (۴)  $-2$

### چند سؤال دیگر از اعداد صحیح

۳۸- دو عدد صحیح دلخواه را در نظر می‌گیریم، هر دو را  $2$  برابر می‌کنیم؛ در این صورت چندتا از جملات زیر درست‌اند؟

- (الف) حاصل جمع آن‌ها  $2$  برابر می‌شود.
- (ب) اختلاف آن‌ها ثابت می‌ماند.
- (پ) حاصل ضرب آن‌ها  $4$  برابر می‌شود.
- (ت) حاصل تقسیم آن‌ها ثابت می‌ماند.

- (۱)  $1$
- (۲)  $2$
- (۳)  $3$
- (۴)  $4$

(آزمون سنجه)

۳۹- به ازای چند عدد صحیح غیر صفر  $q$ ، حاصل  $\frac{1385}{q} + q$  عددی صحیح است؟

- (۱)  $3$
- (۲)  $4$
- (۳)  $6$
- (۴)  $8$
- (۵)  $10$

(تیزهوشان)

۴۰- به ازای چه تعداد عدد صحیح  $m$ ، حاصل  $\frac{m^2 + 1390}{m}$  عددی صحیح است؟ ( $m \neq 0$ )

- (۱)  $16$
- (۲)  $14$
- (۳)  $8$
- (۴)  $18$

(المپیاد ریاضی آفریقای جنوبی)

۴۱- اگر  $n$  عددی طبیعی باشد، حداکثر چند مقدار صحیح از نسبت  $\frac{100}{2n-1}$  به دست می‌آید؟

- (۱)  $9$
- (۲)  $7$
- (۳)  $5$
- (۴)  $3$
- (۵)  $1$



**۴۳-** حاصل ضرب ۴ عدد صحیح مثبت از حاصل جمع آن‌ها کوچک‌تر است. اگر مجموع سه عدد ۲۸ باشد، عدد چهارمی کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) صفر

**۴۴-** اگر  $x$  عددی صحیح و منفی باشد، کدام گزینه کوچک‌تر است؟

- ۱ (۱)  $\frac{x}{3}$  ۲ (۲)  $0/3x$  ۳ (۳)  $\frac{3x}{2}$  ۴ (۴)  $x$

**۴۵-**  $x$  یک عدد صحیح منفی است. کدام عبارت، بزرگ‌ترین مقدار را دارد؟

- ۱ (۱)  $x + 1$  ۲ (۲)  $2x$  ۳ (۳)  $-2x$  ۴ (۴)  $6x + 2$   
۵ (۵)  $x - 2$

**۴۶-** می‌خواهیم در ردیف اعداد  $1 \square 9 \square 8 \square 7 \square 5 \square 4 \square A = 2$ ، علامت جمع و ۳ علامت ضرب قرار دهیم؛ به طوری که مقدار  $A$ ، حداقل

مقدار ممکن شود. این حداقل چه قدر است؟

- ۱ (۱) ۸۷ ۲ (۲) ۷۵ ۳ (۳) ۶۳ ۴ (۴) ۶۱

**۴۷-** بیشترین حاصل عبارت  $9 - \square 3 - \square 5$  چه قدر می‌تواند باشد، اگر داخل مربع‌ها از اعمال ریاضی استفاده شود؟ (آزمون TIMSS)

- ۱ (۱) ۱۲۰ ۲ (۲) -۱۲۰ ۳ (۳) ۹۹ ۴ (۴) ۸۱

**۴۸-** اگر  $a * b = 2a - 3b - 5$  باشد، حاصل عبارت  $(-4) * (3 * 2)$  برابر است با:

- ۱ (۱) صفر ۲ (۲) -۵۷ ۳ (۳) ۵۷ ۴ (۴) -۷۵

**۴۹-** اگر  $a$  و  $b$  اعداد صحیح باشند و  $(b - 2)(a - 1) = 6$  باشد، چند جفت مقدار مختلف می‌توان برای  $a$  و  $b$  به دست آورد؟

- ۱ (۱) ۲ ۲ (۲) ۴ ۳ (۳) ۶ ۴ (۴) ۸

**۵۰-**  $a, b, c, d, e$  اعداد صحیح متفاوتی هستند و می‌دانیم:  $(e - 6)(d - 6)(c - 6)(b - 6)(a - 6) = 45$ . در این صورت  $a + b + c + d + e$

کدام است؟

(آزمون TIMSS)

- ۱ (۱) ۲۵ ۲ (۲) ۲۶ ۳ (۳) ۲۹ ۴ (۴) ۳۰

**۵۱-** تفاضل گل یک تیم یعنی تعداد گل‌های زده منهای تعداد گل‌های خورده. اگر در یک سری مسابقات فوتبال بین شش تیم، تفاضل گل پنج

تیم،  $-7, +3, +1, -2, +4$  باشد، تفاضل گل تیم ششم کدام است؟

- ۱ (۱) ۱ ۲ (۲) -۲ ۳ (۳) ۳ ۴ (۴) -۴

**۵۲-** مجموعه اعداد  $-3, -1, -4, 5, -5, 0, 9$  را در نظر بگیرید. شش عدد از میان این اعداد انتخاب کرده و آن‌ها را به ۳ دسته ۲ تایی تقسیم

کرده‌ایم؛ به طوری که جمع اعداد این جفت‌ها برابر شوند. چه عددی انتخاب نشده است؟ (مسابقات ریاضی کانگورو)

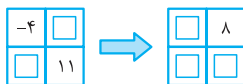
- ۱ (۱) -۵ ۲ (۲) صفر ۳ (۳) -۳ ۴ (۴) -۴

**۵۳-** شخصی از مبدأ شروع به حرکت می‌کند. ابتدا یک واحد به چپ می‌رود، سپس ۲ واحد به راست، سپس در حرکت سوم سه واحد به چپ و ... در

حرکت هزار و سیصد و نود و سوم در کدام نقطه ایستاده است؟

- ۱ (۱) -۱۳۹۳ ۲ (۲) -۶۹۶ ۳ (۳) ۶۹۶ ۴ (۴) -۶۹۷

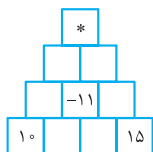
**۵۴-** اعداد  $-5, -1, 5, -1, 9, 6, 10$  را در جاهای خالی زیر قرار می‌دهیم تا ارتباط بین دو جدول برقرار شود. عدد روی فلش کدام است؟



- ۱ (۱) -۵ ۲ (۲) ۵ ۳ (۳) ۹ ۴ (۴) -۱

**۵۵-** در جدول روبه‌رو، عدد هر خانه از مجموع اعداد دو خانه زیر آن به دست می‌آید. به جای \* چه عددی قرار دهیم؟

(المپیاد ریاضی آفریقای جنوبی)



- ۱ (۱) -۸ ۲ (۲) +۳ ۳ (۳) -۴ ۴ (۴) +۱۳

**۵۶-** در جدول  $3 \times 3$  روبه‌رو، مجموع اعداد هر سطر، ستون و قطر با هم برابرند. مقدار  $x + y$  کدام است؟

(المپیاد ریاضی)

y		
x	-۱۳	-۷
۸		۴

- ۱ (۱) -۲۸ ۲ (۲) -۱۸ ۳ (۳) -۴۵ ۴ (۴) -۲۵

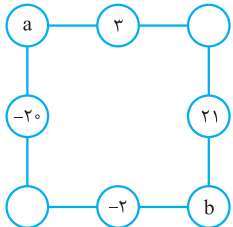
**۵۶-** یک جدول  $3 \times 3$  را در نظر می‌گیریم که در تمامی خانه‌های آن اعداد  $+1$  را قرار داده‌ایم. هر بار یک مربع  $2 \times 2$  انتخاب کرده و همه اعداد آن را

-1	+1	-1
+1	+1	+1
-1	+1	-1

در  $(-1)$  ضرب می‌کنیم. بعد از چند بار انجام این عمل به جدول مقابل می‌رسیم. کدام گزینه می‌تواند تعداد انجام این عمل باشد؟

- (المپاد ریاضی)
- (۱) ۱۳۸۶  
(۲) ۱۳۸۷  
(۳) ۱۳۹۲  
(۴) ۱۳۹۳

**۵۷-** در شکل روبه‌رو میانگین هر دو عددی که روی گوشه‌ها هستند، بین آن‌ها نوشته شده است (روی هر ضلع).



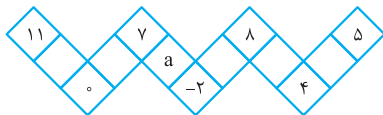
(المپاد ریاضی)

در این صورت  $a - b$  کدام است؟

- (۱) -۳۶  
(۲) ۳۶  
(۳) -۴۶  
(۴) ۴۶

**۵۸-** دانش‌آموزان یک کلاس روی زمین حیاط مدرسه، شکل زیر را کشیده‌اند. معلم ریاضی آن‌ها از آن‌ها خواسته است که اعداد  $-۲$ ،  $-۳$ ،  $-۴$ ،

$-۱$ ،  $۰$ ،  $۱$ ،  $۲$ ،  $۳$ ،  $۴$ ،  $۵$ ،  $۷$ ،  $۸$  و  $۱۱$  را طوری در خانه‌های جدول قرار دهند که حاصل جمع اعداد در هر ضلع سه‌خانه‌ای، مقداری یکسان شود؛ البته



اعداد واقع در گوشه‌ها را خودش نوشته است. عددی که به جای  $a$  قرار می‌گیرد کدام است؟

- (۱) -۱  
(۲) -۳  
(۳) -۲  
(۴) -۴

## اعداد گویا

**۵۹-** کدام جمله زیر صحیح نیست؟

(انرژی اتمی)

- (۱) تمام اعداد صحیح، یا زوج هستند یا فرد.  
(۲) تمام اعداد طبیعی، یا زوج هستند یا فرد.  
(۳) تمام اعداد اول، یا زوج هستند یا فرد.  
(۴) تمام اعداد گویا، یا زوج هستند یا فرد.

(المپاد منطق ۹)

**۶۰-** اگر  $x$  عددی گویا باشد و  $-\frac{6}{5} < x \leq \sqrt{5}$ ،  $x$  کدام عدد می‌تواند باشد؟

- (۱)  $\frac{2}{005}$   
(۲)  $5$   
(۳)  $-\frac{1}{21}$   
(۴)  $-\frac{6}{5}$

**۶۱-** چندتا از اعداد مقابل گویا هستند؟

$\sqrt{2}, \pi, \sqrt{4}, \frac{2}{3}, 0, \sqrt{(\sqrt{3})^2}$

- (۱) ۲  
(۲) ۳  
(۳) ۴  
(۴) ۵

**۶۲-** در مجموعه روبه‌رو، به ترتیب چند عدد طبیعی، صحیح و گویا وجود دارد؟

$\{2, -1/7, -\frac{2}{5}, \sqrt{15}, -21, -(-3), \sqrt{81}\}$

- (۱) ۱، ۳، ۶  
(۲) ۱، ۴، ۵  
(۳) ۲، ۳، ۵  
(۴) ۳، ۴، ۶

**۶۳-** می‌دانید که مجموع دو عدد گویا، یک عدد گویای دیگر است. اگر این مجموع را نصف کنیم، باز هم گویا است. با توجه به این مطلب، کدام

(تیزهوشان)

گزینه زیر صحیح است؟

- (۱) بین دو عدد گویا، فقط یک عدد گویا وجود دارد.  
(۲) بین دو عدد گویا، بی‌شمار عدد گویا وجود دارد.  
(۳) بین دو عدد گویا، فقط دو عدد گویا وجود دارد.  
(۴) بین دو عدد گویا، فقط چهار عدد گویا وجود دارد.

**۶۴-** در محدوده  $-13 \leq x \leq +14$  بر روی محور اعداد به ترتیب، چند عدد طبیعی، صحیح و گویا وجود دارد؟

- (۱) ۱۳، ۲۷، بی‌شمار  
(۲) ۱۴، بی‌شمار، ۲۸  
(۳) ۱۳، بی‌شمار، ۲۷  
(۴) ۱۴، ۲۸، بی‌شمار

(تیزهوشان)

**۶۵-** کدام یک از جمله‌های زیر نادرست است؟

- (۱) بین دو عدد  $\frac{1}{10}$  و  $\frac{1}{100}$  تعداد بی‌شمار عدد گویا وجود دارد.  
(۲) بین دو عدد  $\frac{1}{10}$  و  $\frac{1}{100}$  تعداد بی‌شمار عدد صحیح وجود دارد.  
(۳) بین دو عدد  $\frac{1}{10}$  و  $\frac{1}{100}$  هیچ عدد طبیعی وجود ندارد.  
(۴) بین دو عدد  $\frac{1}{10}$  و  $\frac{1}{100}$  فقط یک عدد صحیح وجود دارد.



۶۶- قرینه نقطه  $\frac{29}{4}$  بین کدام دو نقطه بر روی محور قرار دارد؟

- (۱) ۸، ۷ (۲) -۷، -۶ (۳) -۸، -۷ (۴) ۷، ۶

۶۷- به جای تقسیم یک عدد بر  $(-\frac{2}{-8})$  کافی است آن را در چه عددی ضرب کنیم؟

- (۱) ۴ (۲) ۱۶ (۳) -۴ (۴) -۱۶

۶۸- چند عدد گویا وجود دارد که با معکوسش برابر است؟

- (۱) چنین عددی وجود ندارد. (۲) یکی (۳) تا ۲ (۴) بی شمار

۶۹- کدام یک از اعداد زیر از دو کسر  $\frac{2}{5}$  و  $\frac{3}{7}$  به یک فاصله هستند؟

- (۱)  $\frac{28}{70}$  (۲)  $\frac{29}{35}$  (۳)  $\frac{28}{35}$  (۴)  $\frac{29}{70}$

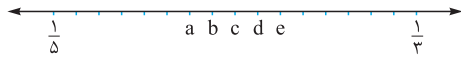
۷۰- این اعداد از کوچک به بزرگ مرتب شده‌اند (از چپ به راست):  $\frac{1}{3}$ ,  $a$ ,  $b$ ,  $\frac{1}{5}$ . فاصله هر دو عدد متوالی مقداری یکسان است. مقدار  $b$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{5}{12}$  (۲)  $\frac{7}{18}$  (۳)  $\frac{4}{9}$  (۴)  $\frac{5}{6}$

۷۱- کسرهای  $\frac{1}{5}$  و  $\frac{1}{3}$  را روی محور اعداد نشان داده‌ایم. کدام حرف نمایشگر کسر  $\frac{1}{4}$  است؟

- (۱) a (۲) b (۳) c (۴) d

(مسابقه ریاضی کانگورو)



### کسرهای مساوی و مقایسه دو کسر

(تیزهوشان ۹۰)

۷۲- اگر  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  باشد، کدام رابطه زیر درست است؟

- (۱)  $\frac{a^2}{b^2} = \frac{c+d}{c-d}$  (۲)  $\frac{c+d}{c-d} = \frac{a-b}{a+b}$  (۳)  $\frac{2a+3c}{2b+3d} = \frac{c}{d}$  (۴)  $\frac{ab}{cd} = \frac{cd}{ab}$

۷۳- کسری مساوی با کسر  $\frac{102}{119}$  نوشته‌ایم که حاصل ضرب صورت و مخرج آن ۱۶۸ است. مخرج این کسر برابر با چه عددی است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۲۴ (۳) ۱۴ (۴) ۲۸

۷۴- کسری مساوی با کسر  $\frac{84}{119}$  نوشته‌ایم که اختلاف صورت و مخرج آن برابر با ۲۵ است. صورت این کسر برابر با چه عددی است؟

- (۱) ۴۵ (۲) ۵۵ (۳) ۶۰ (۴) ۶۵

۷۵- چند کسر متعارفی می‌توان نوشت که معادل  $\frac{16}{68}$  باشد و صورت بزرگ‌تر از ۱۰۰ و مخرج آن کوچک‌تر از ۵۵۰ باشد؟

- (۱) ۱۴ (۲) ۱۲ (۳) ۷ (۴) ۸

۷۶- عددی طبیعی را از صورت کسر  $\frac{1}{11}$  کم می‌کنیم، همان عدد را از مخرج هم کم می‌کنیم. اگر پاسخ کسر  $\frac{2}{3}$  شود، عدد کم‌شده کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۵

۷۷- دو کسر یکی با مخرج ۴ و دیگری با مخرج ۶ با هم جمع شده‌اند و کسر حاصل، پس از ساده‌شدن به کسر ساده‌نشده  $\frac{p}{q}$  تبدیل شده است.

- (۱)  $q$  شمارنده ۱۲ است. (۲)  $q = 12$  (۳)  $q$  مضربی از ۱۲ است. (۴) هیچ کدام

۷۸- بزرگ‌ترین شمارنده مشترک  $a$  و  $b$  برابر ۱ است. می‌دانیم که دو کسر  $\frac{a}{b}$  و  $\frac{a+14}{b+35}$  با هم برابرند؛ در این صورت کدام گزینه درباره مجموع  $a+b$  درست است؟

(تیزهوشان)

- (۱) بر ۷ قابل قسمت است. (۲) زوج است. (۳) بر ۳ قابل قسمت است. (۴) بر ۵ قابل قسمت است.

(المپیاد ریاضی استرالیا)

۷۹- در بین گزینه‌های زیر کدام کسر، بزرگ‌ترین است؟

$$\begin{array}{lll} \frac{7}{15} & (۱) & \frac{3}{7} & (۲) \\ \frac{6}{11} & (۳) & \frac{1}{2} & (۵) \end{array}$$

(مسابقات ریاضی)

۸۰- کدام کسر از بقیه بزرگ‌تر است؟

$$\begin{array}{lll} \frac{101}{102} & (۱) & \frac{1001}{1002} & (۲) \\ \frac{10001}{10002} & (۴) & \frac{100001}{100002} & (۳) \end{array}$$

۸۱- اگر  $a$  عددی گویا بین صفر و  $-1$  باشد، کوچک‌ترین عدد از بین اعداد  $a^1, a^2, a^3, \dots$  و  $a^{100}$  کدام است؟ (آزمون پیشرفت تحصیلی تیزهوشان)

$$a & (۱) & a^2 & (۲) & a^3 & (۳) & a^{100} & (۴)$$

(نمونه دولتی)

۸۲- اگر  $1 < \frac{a}{b} < 2$  باشد، کدام گزینه همواره بزرگ‌تر از  $1$  خواهد بود؟

$$\begin{array}{lll} \frac{a-b}{b-a} & (۱) & \frac{b}{a} & (۲) \\ \frac{a+1}{b+1} & (۳) & -\frac{b}{a} & (۴) \end{array}$$

(آزمون پیشرفت تحصیلی تیزهوشان)

۸۳- اگر  $a, b$  و  $c$  سه عدد طبیعی بوده و  $a < b$  باشد، کدام کسر حتماً از  $\frac{a}{b}$  بزرگ‌تر است؟

$$\begin{array}{lll} \frac{a-c}{b-c} & (۱) & \frac{a+c}{b+c} & (۲) \\ \frac{a \times c}{b+c} & (۳) & \frac{a+c}{b \times c} & (۴) \end{array}$$

(علامه طباطبائی)

۸۴- اگر به صورت و مخرج کسری، عددی طبیعی اضافه کنیم، مقدار کسر چه تغییری می‌کند؟

(۱) زیاد می‌شود. (۲) کم می‌شود. (۳) تغییر نمی‌کند. (۴) هر سه مورد می‌تواند اتفاق بیفتد.

(المپیاد ریاضی استرالیا)

۸۵- کدام کسر به  $\frac{2}{5}$  نزدیک‌تر است؟

$$\begin{array}{lll} \frac{399}{1000} & (۱) & \frac{199}{500} & (۲) \\ \frac{41}{100} & (۳) & \frac{39}{100} & (۵) \\ & & \frac{21}{50} & (۴) \end{array}$$

۸۶- اگر  $A = 2009 + \frac{1}{2009}$ ،  $B = 2009 + \frac{1}{2009 + \frac{1}{2009}}$  و  $C = 2009 + \frac{1}{2009 + \frac{1}{2009 + \frac{1}{2009}}}$ ، آن‌گاه کدام رابطه درست است؟

$$A < B < C & (۱) & C < B < A & (۲) & C < A < B & (۳) & B < C < A & (۴)$$

### کسر بین دو کسر

۸۷- اگر  $x = \frac{19}{9}$  باشد، آن‌گاه:

$$\begin{array}{lll} \frac{19}{11} < x < \frac{19}{10} & (۱) & \frac{9}{19} < x < \frac{10}{19} & (۲) \\ \frac{38}{23} < x < \frac{38}{29} & (۴) & \frac{19}{10} < x < \frac{19}{8} & (۳) \end{array}$$

۸۸- کدام یک از کسرهای زیر بین دو کسر  $\frac{5}{3}$  و  $\frac{3}{5}$  قرار ندارد؟

$$\frac{14}{19} & (۱) & \frac{7}{11} & (۲) & \frac{17}{13} & (۳) & \frac{4}{7} & (۴)$$

۸۹- بین دو کسر  $\frac{3}{5}$  و  $\frac{4}{5}$  می‌خواهیم ۱۱ کسر بنویسیم که فاصله متوالی بین هر دو کسر از بین ۱۳ کسر مساوی باشند. در این صورت عدد ۳ باید

(المپیاد ریاضی)

در چند ضرب شود؟

$$12 & (۱) & 5 & (۲) & 60 & (۳) & 45 & (۴)$$

۹۰- چند کسر با صورت ۷۵ و مخرج صحیح بین دو کسر  $\frac{3}{5}$  و  $\frac{5}{6}$  وجود دارد؟

$$33 & (۱) & 34 & (۲) & 35 & (۳) & 36 & (۴)$$



۹۱- چند کسر با مخرج ۱۰۰ و صورت صحیح بین دو کسر  $\frac{7}{5}$  و  $\frac{7}{8}$  وجود دارد؟

- (۱) ۵۰ (۲) ۵۱ (۳) ۵۲ (۴) ۵۳

(المپیاد ریاضی)

۹۲- بین عدد مخلوط  $1\frac{2}{3}$  و کسر  $\frac{4}{5}$ ، چند کسر با صورت ۶۰ و با مخرج عددی طبیعی وجود دارد؟

- (۱) تا ۲۸ (۲) تا ۳۸ (۳) تا ۲۷ (۴) بی شمار

۹۳- بین  $\frac{1}{3}$  و  $\frac{2}{5}$ ، کسری می نویسیم که مخرج آن ۲۰ باشد. صورت این کسر کدام است؟

- (۱) ۷ (۲) ۹ (۳) ۱۱ (۴) ۳

(انرژی اتمی)

۹۴- کدام عدد زیر بین اعداد  $\frac{1}{100}$  و  $\frac{1}{1000}$  قرار ندارد؟

- (۱)  $\frac{2}{\sqrt{1000000}}$  (۲)  $\frac{1}{250}$  (۳)  $2 \times 10^{-4}$  (۴)  $1/2 \times 10^{-3}$

(مسابقه ریاضی کانگورو)

۹۵- به جای \* در  $1/ * 1$  چند صفر قرار دهیم که عدد به دست آمده از  $\frac{2009}{2008}$  کم تر و از  $\frac{2009}{2008}$  بیشتر باشد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴ (۵) ۶

(علامه طباطبایی)

۹۶- اگر  $a$  عددی گویا باشد و  $a > 1$ ، کدام گزینه صحیح است؟

- (۱)  $1 < \frac{a-1}{2a} < a$  (۲)  $1 < \frac{a}{a-1} < a$  (۳)  $1 < \frac{2a}{a+1} < a$  (۴)  $1 < \frac{a+1}{2a} < a$

(آزمون سنجه)

۹۷- اگر  $b$  و  $c$  اعداد طبیعی باشند، به طوری که  $\frac{c}{15}$ ،  $\frac{c}{b}$  و  $\frac{b}{11}$  بین اعداد  $\frac{1}{10}$  و  $\frac{15}{10}$  باشند، بیشترین مقدار  $b+c$  کدام است؟

- (۱) ۴۳ (۲) ۴۴ (۳) ۴۵ (۴) ۴۶ (۵) ۵۰

### ● محاسبات در اعداد گویا

(آزمون سنجه)

۹۸- حاصل عبارت  $(-\frac{2}{3}) - (\frac{1}{3} - \frac{1}{5}) + 1$  برابر است با:

- (۱)  $\frac{5}{6}$  (۲)  $-\frac{1}{5}$  (۳)  $\frac{10}{17}$  (۴)  $-\frac{11}{30}$  (۵)  $\frac{3}{4}$

(علامه طباطبایی)

۹۹- حاصل عبارت  $\frac{1/01 - 1/5}{3/2 - 0/8} \times \frac{3-0/24}{1-0/31}$  برابر است با:

- (۱)  $-\frac{6}{5}$  (۲)  $\frac{6}{5}$  (۳)  $-\frac{5}{6}$  (۴)  $\frac{5}{6}$

(نمونه دولتی)

۱۰۰- حاصل  $[6 + (24 \div 2) - (1-3)^2] - 3 - 3$  کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۶ (۳) صفر (۴) ۳۰

(تیزهوشان)

۱۰۱- حاصل عبارت  $\frac{\frac{2}{3} + \frac{2}{3}}{\frac{2}{3} - \frac{2}{3}} + \frac{\frac{2}{3} + \frac{2}{3}}{\frac{2}{3} - \frac{2}{3}}$  برابر است با:

- (۱)  $2\frac{3}{5}$  (۲)  $\frac{26}{5}$  (۳) صفر (۴) ۱

۱۰۲- حاصل  $-\frac{2}{3} - 2 - 0 \times 2 - \frac{1}{2} + \frac{1}{6} - 2 - \frac{1}{3}$  برابر با چه عددی است؟

- (۱)  $-\frac{23}{6}$  (۲)  $-\frac{25}{6}$  (۳)  $\frac{13}{6}$  (۴) -۲



(تیزهوشان)

۱۰۳- اگر  $\frac{x}{y} \div \frac{e}{f} = 1$  باشد، حاصل عبارت  $\frac{(\frac{f}{e} \times \frac{x}{y})^{10000}}{10000 \times (\frac{y}{x} \times \frac{e}{f})}$  کدام است؟

- (۱)  $10^4$
- (۲)  $10^{-2}$
- (۳)  $10^{-4}$
- (۴)  $10^2$

(مسابقه ریاضی کانگورو)

۱۰۴- کدام عدد از بقیه بزرگتر است؟

- (۱)  $100 \times 0 / 001 \times 100$
- (۲)  $0 / 01 \div 100$
- (۳)  $100 \div 0 / 01$
- (۴)  $10000 \times 100 \div 10$
- (۵)  $0 / 1 \times 0 / 01 \times 10000$

(نمونه دولتی - علامه طباطبایی)

۱۰۵- حاصل عبارت  $1 + \frac{99}{100} + \frac{3}{100} + \frac{2}{100} + \frac{1}{100}$  برابر است با:

- (۱)  $50$
- (۲)  $50 / 5$
- (۳)  $505$
- (۴)  $5050$

$(-\frac{2}{3} \times \frac{1}{4}) \times (-\frac{1}{4})$

۱۰۶- اگر  $a \times b = \frac{1}{a} - \frac{1}{b}$  باشد، حاصل عبارت مقابل کدام است؟

- (۱)  $-2 \frac{5}{7}$
- (۲)  $-3 \frac{5}{7}$
- (۳)  $2 \frac{5}{7}$
- (۴)  $3 \frac{5}{7}$

۱۰۷- حاصل  $\frac{1+2+3+\dots+60}{-1-2-3-\dots-59}$  برابر است با:

- (۱)  $-\frac{60}{59}$
- (۲)  $-\frac{61}{59}$
- (۳)  $\frac{60}{59}$
- (۴)  $-\frac{60}{59}$

(المپیاد ریاضی بلغارستان)

۱۰۸- به ازای کدام عدد طبیعی  $n$  تساوی  $\frac{1+3+5+\dots+(2n-1)}{2+4+6+\dots+2n} = \frac{115}{116}$  برقرار است؟

- (۱)  $110$
- (۲)  $115$
- (۳)  $116$
- (۴)  $231$
- (۵) هیچ  $n$  ای وجود ندارد.

۱۰۹- کسر  $\frac{1+2+3+\dots+154}{1+2+3+\dots+308}$  مفروض است. اگر در صورت کسر اعداد زوج و در مخرج کسر اعداد فرد را قرینه کنیم، حاصل کسر جدید کدام است؟

(تیزهوشان)

- (۱)  $\frac{1}{3}$
- (۲)  $\frac{1}{2}$
- (۳)  $-\frac{1}{2}$
- (۴)  $-\frac{1}{3}$

(علامه طباطبایی)

۱۱۰- حاصل عبارت  $(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{100}) + (\frac{1}{3} + \frac{2}{4} + \frac{3}{5} + \dots + \frac{99}{100})$  کدام است؟

- (۱)  $100$
- (۲)  $99$
- (۳)  $98$
- (۴)  $\frac{199}{100}$

$(\frac{1}{2} - \frac{1}{5}) + (\frac{1}{3} - \frac{1}{6}) + (\frac{1}{4} - \frac{1}{7}) + \dots + (\frac{1}{13} - \frac{1}{16})$

۱۱۱- حاصل عبارت روبه‌رو کدام است؟

- (۱)  $\frac{1573}{1680}$
- (۲)  $\frac{1583}{1680}$
- (۳)  $\frac{1483}{1680}$
- (۴)  $\frac{1473}{1680}$

(المپیاد ریاضی آفریقای جنوبی)

۱۱۲- حاصل کسر  $\frac{10+20+30+\dots+400}{30+60+90+120+\dots+1200}$  برابر است با:

- (۱)  $\frac{1}{30}$
- (۲)  $\frac{1}{2}$
- (۳)  $\frac{1}{6}$
- (۴)  $\frac{2}{3}$
- (۵)  $\frac{1}{3}$

۱۱۳- حاصل  $\frac{(1 \times 4) + (2 \times 4) + (3 \times 4) + \dots + (100 \times 4)}{(1 \times 2) + (2 \times 2) + (3 \times 2) + \dots + (100 \times 2)}$  برابر است با:

- (۱)  $2$
- (۲)  $4$
- (۳)  $2^{50}$
- (۴)  $2^{100}$

۱۱۴- حاصل  $\frac{(1 \times 4) \times (2 \times 4) \times (3 \times 4) \times \dots \times (100 \times 4)}{(1 \times 2) \times (2 \times 2) \times (3 \times 2) \times \dots \times (100 \times 2)}$  برابر است با:

- (۱)  $2$
- (۲)  $2^{50}$
- (۳)  $2^{100}$
- (۴)  $4^{100}$



(تیزهوشان)

۱۱۵- حاصل عبارت  $\frac{2 \times 4 \times 8 + 444 \times 888 \times 1776 + 888 \times 1776 \times 3552}{8 + 222 \times 444 \times 888 + 444 \times 888 \times 1776}$  برابر است با:

- ۴ (۱)
- ۶ (۲)
- ۸ (۳)
- ۱۲ (۴)

(المپیاد ریاضی آفریقای جنوبی)

۱۱۶- حاصل جمع زیر کدام است؟

$\frac{1}{2} + (\frac{1}{3} + \frac{2}{3}) + (\frac{1}{4} + \frac{2}{4} + \frac{3}{4}) + (\frac{1}{5} + \frac{2}{5} + \frac{3}{5} + \frac{4}{5}) + \dots + (\frac{1}{100} + \frac{2}{100} + \dots + \frac{99}{100}) = ?$

- ۲۵۰۰ (۱)
- ۲۴۷۵ (۲)
- ۲۵۰۱ (۳)
- ۲ (۴)

- ۵۰۵۰ (۱)
- ۲۵۲۵ (۲)
- ۱ (۳)
- ۲۵۰۰ (۴)

(تیزهوشان)

۱۱۷- حاصل  $1392 \frac{1}{6} + 1391 \frac{1}{3} - 1390 \frac{1}{2}$  کدام است؟

- ۱۳۹۳ (۱)
- ۱۳۹۲ (۲)
- ۱۳۹۲ (۳)
- ۱۳۹۳ (۴)

۱۱۸- اگر  $M = 1 \frac{1}{2} + 1 \frac{2}{2} + 1 \frac{3}{2} + \dots + 31$  آن گاه M برابر است با:

- ۹۷۵ (۱)
- ۸۲۵ (۲)
- ۱۰۴۵ (۳)
- ۹۲۵ (۴)

۱۱۹- حاصل  $A = 1/0 + 2/0 + 3/0 + \dots + 10/1$  برابر است با:

- ۴۵/۵۵ (۱)
- ۵۵/۵ (۲)
- ۵۵/۴۵ (۳)
- ۵۵/۵۵ (۴)

(علامه طباطبائی)

۱۲۰- اگر  $k = 1 \frac{1}{100} + 2 \frac{2}{200} + 3 \frac{3}{300} + \dots + 10 \frac{10}{1000}$  باشد، کدام است  $\frac{k}{55}$ ؟

- ۰/۱ (۱)
- ۱/۱ (۲)
- ۱/۰ (۳)
- ۰/۰ (۴)

۱۲۱- حاصل عبارت  $100 \frac{1}{2} - 99 \frac{1}{3} + 98 \frac{1}{4} - 97 \frac{1}{5} + \dots - 1 \frac{1}{100}$  برابر با کدام گزینه است؟

- ۵۰ (۱)
- ۵۰ (۲)
- ۴۹ (۳)
- ۴۹ (۴)

(مسابقه ریاضی کانگورو)

۱۲۲- حاصل  $(1 + \frac{1}{2}) \times (1 + \frac{1}{3}) \times (1 + \frac{1}{4}) \times \dots \times (1 + \frac{1}{2003})$  کدام است؟

- ۲۰۰۴ (۱)
- ۲۰۰۳ (۲)
- ۲۰۰۲ (۳)
- ۱۰۰۱ (۴)

۱۲۳- حاصل عبارت مقابل در کدام گزینه آمده است؟

$(\frac{1}{5} - 1)(\frac{1}{6} - 1)(\frac{1}{7} - 1) \dots (\frac{1}{100} - 1)$

- ۰/۲ (۱)
- ۰/۱ (۲)
- ۰/۱ (۳)
- ۰/۲ (۴)

۱۲۴- حاصل عبارت  $(\frac{1}{2} - 1)(1 - \frac{1}{3})(\frac{1}{4} - 1)(1 - \frac{1}{5}) \dots (1 - \frac{1}{100})(\frac{1}{100} - 1)$  برابر است با:

- ۱/۷۰ (۱)
- ۲/۷۰ (۲)
- ۱/۷۰ (۳)
- ۲/۷۰ (۴)

(تیزهوشان)

۱۲۵- صد برابر حاصل عبارت  $(2 - \frac{2}{3})(2 - \frac{2}{4})(2 - \frac{2}{5}) \dots (2 - \frac{2}{100})$  برابر است با:

- ۲<sup>۱۰۰</sup> (۱)
- ۲<sup>۹۹</sup> (۲)
- ۲<sup>۹۸</sup> (۳)
- ۲<sup>۹۷</sup> (۴)

۱۲۶- حاصل عبارت روبه‌رو کدام است؟

$(1 + 1 + \frac{1}{2})(1 + \frac{2}{3} + \frac{1}{3})(1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}) \times \dots \times (1 + \frac{2}{99} + \frac{1}{99})$

- ۱۰/۵ (۱)
- ۴۴۰ (۲)
- ۴۴۱ (۳)
- ۵۶۱ (۴)

**۱۲۷-** مقدار عبارت  $(1 - \frac{1}{2})(1 - \frac{1}{3})(1 - \frac{1}{4}) \times \dots \times (1 - \frac{1}{2001})$  را به صورت کسری تحویل ناپذیر نوشته‌ایم. حاصل جمع صورت و مخرج کسر کدام است؟

(مسابقه ریاضی کانگورو)

- ۲۰۰۱ (۱)      ۳۰۰۲ (۲)      ۴۰۰۳ (۳)  
۵۰۰۲ (۴)      ۶۰۰۱ (۵)

(انرژی اتمی)

**۱۲۸-** حاصل عبارت  $\frac{1-\frac{1}{2}}{\frac{1}{3}-\frac{1}{4}} \times \frac{1-\frac{1}{3}}{\frac{1}{4}-\frac{1}{5}} \times \frac{1-\frac{1}{4}}{\frac{1}{5}-\frac{1}{6}} \times \dots \times \frac{1-\frac{1}{48}}{\frac{1}{49}-\frac{1}{50}}$  کدام است؟

- ۰/۰۴ (۱)      ۱ (۲)      ۲۵ (۳)      ۴۹ (۴)

**۱۲۹-** اگر  $A = \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \times \frac{5}{6} \times \frac{7}{8} \times \dots \times \frac{99}{100}$  باشد، کدام گزینه در مورد A درست‌تر است؟

- $A > \frac{1}{10}$  (۱)       $A < \frac{1}{100}$  (۲)       $A < \frac{1}{10}$  (۳)       $A < \frac{1}{11}$  (۴)

$$A = \frac{1}{101} + \frac{1}{102} + \frac{1}{103} + \dots + \frac{1}{200}$$

**۱۳۰-** در مورد کسر مقابل کدام گزینه درست‌تر است؟

- $0 < A < \frac{1}{2}$  (۱)       $\frac{1}{2} < A < 1$  (۲)       $A > 1$  (۳)       $\frac{1}{200} < A < \frac{1}{50}$  (۴)

$$B = (\frac{3}{2} + \frac{5}{4} + \frac{7}{6} + \dots + \frac{61}{60}) + (\frac{2}{3} + \frac{4}{5} + \frac{6}{7} + \dots + \frac{60}{61})$$

**۱۳۱-** دقیق‌ترین عبارت در مورد B کدام است؟

- $60 < B < 120$  (۱)       $30 < B < 90$  (۲)       $60 < B < 76$  (۳)       $60 < B < 65$  (۴)

**۱۳۲-** اگر داشته باشیم:  $A = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 100$  و  $B = 1 \times 2 \times \dots \times 50$ ، حاصل  $\frac{2 \times 4 \times \dots \times 100}{3 \times 5 \times \dots \times 101}$  کدام است؟

- $\frac{2^{100} \times B^2}{101A}$  (۴)       $\frac{2^{100} \times A^2}{101B}$  (۳)       $\frac{2^{50} \times B^2}{101A}$  (۲)       $\frac{2^{50} \times A^2}{101B}$  (۱)

(روبوکاپ - آزمون TIMSS)

**۱۳۳-** اگر  $A = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \dots$ ، آن‌گاه:

- $1 < A < \frac{3}{2}$  (۱)       $0 < A < \frac{1}{2}$  (۲)       $\frac{1}{2} < A < 1$  (۳)       $-\frac{1}{2} < A < 0$  (۴)

**۱۳۴-** اگر  $a + \frac{a}{3} + \frac{a}{9} + \frac{a}{27} + \dots = 12$  باشد، مقدار a کدام است؟

- ۸ (۱)      ۹ (۲)      ۷ (۳)      ۶ (۴)

(انرژی اتمی)

**۱۳۵-** هرگاه بدانیم:  $1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots$ ، حاصل  $S = \frac{1}{2} + \frac{2}{4} + \frac{3}{8} + \frac{4}{16} + \dots$  کدام است؟

- ۱ (۱)      ۱/۵ (۲)      ۱/۷۵ (۳)      ۲ (۴)

### کسره‌های مسلسل و تلسکوپی

(علامه طباطبائی)

**۱۳۶-** حاصل کسر  $2 \div \frac{2 + \frac{2+1}{2}}{2 - \frac{1}{2 - \frac{1}{2-1}}}$  برابر است با:

- ۷ (۱)       $\frac{2}{7}$  (۲)       $\frac{1}{7}$  (۳)       $\frac{7}{2}$  (۴)



۱۳۷- کسر  $\frac{53}{17}$  می تواند به شکل  $3 + \frac{1}{x + \frac{1}{y}}$  نیز نوشته شود. اگر  $x$  و  $y$  اعدادی طبیعی باشند، حاصل عبارت  $x + y$  کدام است؟

(المپیاد ریاضی آفریقای جنوبی)

- ۸ (۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۱۱ (۴) ۱۲ (۵)

۱۳۸- حاصل عبارت  $\frac{1}{2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{4 + \frac{1}{\dots + \frac{1}{2014}}}}} \div \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3 + \frac{1}{4 + \frac{1}{\dots + \frac{1}{2014}}}}}}$  برابر است با:

- ۱ (۱)  $\frac{1}{2}$  (۲)  $\frac{2013}{2014}$  (۳)  $\frac{1}{2014}$  (۴)

۱۳۹- حاصل عبارت  $A = 1 + \frac{2}{1 + \frac{2}{1 + \frac{2}{\dots}}}$  کدام است؟

- ۲ (۱) ۱ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴)

۱۴۰- حاصل عبارت  $\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{29 \times 30}$  کدام است؟

- $\frac{1}{30}$  (۱)  $\frac{31}{30}$  (۲)  $\frac{29}{30}$  (۳)  $\frac{1}{15}$  (۴)

(انرژی اتمی)

۱۴۱- حاصل  $\frac{3}{1 \times 4} + \frac{5}{4 \times 9} + \frac{7}{9 \times 16} + \dots + \frac{19}{81 \times 100}$  برابر است با:

- $\frac{1}{100}$  (۱)  $\frac{99}{100}$  (۲)  $\frac{1}{99}$  (۳)  $\frac{98}{99}$  (۴)

(المپیاد ریاضی آفریقای جنوبی و تیزهوشان)

۱۴۲- حاصل عبارت  $\frac{1}{1 \times 2} - \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} - \frac{1}{4 \times 5} + \dots - \frac{1}{49 \times 50}$  در کدام گزینه زیر آمده است؟

- صفر (۱)  $\frac{1}{49}$  (۲)  $\frac{1}{51}$  (۳)  $\frac{1}{50}$  (۴)

(روبوکاپ)

۱۴۳- حاصل  $A = \frac{1}{2 \times 4} + \frac{1}{4 \times 6} + \frac{1}{6 \times 8} + \dots + \frac{1}{998 \times 1000}$  کدام است؟

- $\frac{499}{1000}$  (۱)  $\frac{499}{500}$  (۲)  $\frac{499}{2000}$  (۳)  $\frac{499}{250}$  (۴)

۱۴۴- حاصل عبارت  $\frac{5}{1 \times 4} - \frac{13}{4 \times 9} + \frac{25}{9 \times 16} - \frac{41}{16 \times 25} + \dots - \frac{221}{100 \times 121}$  برابر است با:

- $\frac{1}{121}$  (۱)  $\frac{1}{221}$  (۲)  $\frac{120}{121}$  (۳)  $\frac{1}{120}$  (۴)

۱۴۵- حاصل عبارت  $\frac{7}{50} + \frac{7}{150} + \frac{7}{300} + \frac{7}{450} + \frac{7}{600} + \frac{7}{750} + \frac{7}{900}$  برابر است با:

- $\frac{3}{35}$  (۱)  $\frac{7}{20}$  (۲)  $\frac{6}{25}$  (۳)  $\frac{7}{45}$  (۴)

۱۴۶- حاصل عبارت زیر در کدام گزینه آمده است؟

(مسابقات IMC)

$$\frac{1}{1} + \frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3} + \frac{1}{1+2+3+4} + \dots + \frac{1}{1+2+3+\dots+100}$$

(۴)  $\frac{50}{101}$

(۳)  $\frac{1}{101}$

(۲)  $\frac{200}{101}$

(۱)  $\frac{100}{101}$

۱۴۷- اگر برای هر عدد طبیعی  $n$ ,  $n! = 1 \times 2 \times \dots \times n$  باشد، آن گاه مقدار  $A$  کدام است؟

$$A = \frac{1}{2!} + \frac{2}{3!} + \frac{3}{4!} + \dots + \frac{99}{100!}$$

(۲)  $\frac{100! - 2}{100!}$

(۱)  $1 - \frac{1}{100}$

(۴)  $1 - \frac{1}{100!}$

(۳)  $1 - \frac{1}{101!}$

### چند سؤال دیگر از اعداد گویا

(مسابقه ریاضی کانگورو)

۱۴۸- وقتی آب یخ می‌زند، حجمش  $\frac{1}{10}$  بیشتر می‌شود. وقتی یخ آب می‌شود، چه کسری از حجمش کم می‌شود؟

(۳)  $\frac{1}{11}$

(۲)  $\frac{1}{10}$

(۱)  $\frac{1}{12}$

(۵)  $\frac{1}{9}$

(۴)  $\frac{1}{13}$

۱۴۹- پدری می‌تواند معادل دو فرزند خود کار کند. اگر یکی از آن‌ها کاری را در ۸ ساعت و دیگری همان کار را در ۶ ساعت انجام دهد، پدر در چند ساعت همان کار را انجام می‌دهد؟

(تیزهوشان)

(۴) ۱۴

(۳) ۷

(۲)  $\frac{7}{24}$

(۱)  $\frac{3}{7}$

۱۵۰- کاری را افشین و محمد در  $\frac{4}{5}$  روز، محمد و شهرام با هم در  $\frac{2}{3}$  روز و شهرام و افشین با هم در  $\frac{4}{7}$  روز می‌توانند انجام دهند. اگر افشین، محمد و شهرام هر سه نفر با هم کار کنند، کار در چه کسری از روز تمام خواهد شد؟

(مفید)

(۴)  $\frac{4}{9}$

(۳)  $\frac{5}{9}$

(۲)  $\frac{2}{9}$

(۱)  $\frac{1}{3}$

۱۵۱- شیرهای A، B، C و D به تنهایی یک استخر خالی را به ترتیب در ۳۰، ۴۵، ۶۰ و ۹۰ دقیقه پر می‌کنند. اگر در ابتدا شیرهای C و D به مدت ۲۰ دقیقه باز شوند، بقیه استخر در چند دقیقه پر می‌شود؟

(آزمون سنجه)

(۳) ۱۲

(۲) ۱۰

(۱) ۸

(۵)  $\frac{7}{66}$

(۴)  $\frac{5}{33}$

۱۵۲- از مجموع دانش‌آموزان یک کلاس، نصف آن‌ها مشغول مطالعه ریاضی، یک چهارم آن‌ها مشغول مطالعه فیزیک، یک هفتم آن‌ها مشغول مطالعه شیمی و سه نفر نیز غایب هستند. تعداد کل دانش‌آموزان کلاس بر کدام عدد بخش پذیر است؟

(تیزهوشان)

(۴) ۵

(۳) ۱۱

(۲) ۷

(۱) ۹

۱۵۳- یک ویروس کامپیوتری در روز اول  $\frac{1}{4}$  حافظه کامپیوتر، روز دوم  $\frac{1}{3}$  حافظه باقی‌مانده، روز سوم  $\frac{1}{4}$  حافظه باقی‌مانده بعد از ۲ روز و روز چهارم  $\frac{1}{5}$  بقیه حافظه را از بین می‌برد. پس از ۴ روز چه کسری از حافظه باقی مانده است؟

(مسابقه ریاضی کانگورو)

(۳)  $\frac{1}{10}$

(۲)  $\frac{1}{6}$

(۱)  $\frac{1}{5}$

(۵)  $\frac{1}{24}$

(۴)  $\frac{1}{12}$



**۱۵۴-** حقوق احمدآقا هر سال  $\frac{1}{6}$  برابر می شود و قیمت هر سکه طلا هر سال  $\frac{1}{2}$  برابر قیمت سال قبلش می شود. اگر امسال احمدآقا با همه حقوقش بتواند ۵۴ سکه طلا بخرد، چهار سال بعد با همه حقوقش حداکثر چند سکه طلا می تواند بخرد؟ (تیزهوشان)

- (۱) ۱۵۰ (۲) ۱۶۰ (۳) ۱۷۰ (۴) ۱۸۰

**۱۵۵-** فرض کنید  $a, b, c, d$  و هیچ کدام صفر نیستند. کسرهای زیر نشان دهنده چند مقدار مختلف هستند؟ (المپیاد مشترک بلژیک، هلند و فرانسه)

$(a \div b) \div (c \div d)$  ,  $((a \div b) \div c) \div d$  ,  $(a \div (b \div c)) \div d$  ,  $a \div ((b \div c) \div d)$  ,  $a \div (b \div (c \div d))$

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴ (۵) ۵

**۱۵۶-** عدد  $a, b, c, d$  را در نظر بگیرید: (المپیاد ریاضی آفریقای بنوپی)

•  $b$  از  $a$  به اندازه  $\frac{1}{5}$  بزرگ تر است. •  $b$  از  $c$  به اندازه  $\frac{1}{6}$  کوچک تر است. •  $d$  از  $a$  به اندازه  $\frac{1}{4}$  بزرگ تر است.

اگر  $\frac{1}{15} = a + b + c + d$  باشد، مقدار  $a$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴ (۵) ۵

**۱۵۷-** در کسر  $\frac{1?1?1}{2?1?1}$  به جای هر علامت سؤال می توان علامت تفریق (-) یا ضرب (x) قرار داد. اختلاف بزرگ ترین و کوچک ترین عدد به دست آمده کدام است؟ (تیزهوشان)

- (۱)  $\frac{1}{2}$  (۲) ۱ (۳)  $\frac{3}{2}$  (۴) ۲

**۱۵۸-** اگر  $x$  و  $y$  از بین اعداد ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ و ۱۰ انتخاب شوند، بیشترین مقدار  $\frac{x}{y} + \frac{y}{x}$  کدام است؟ (مسابقه ریاضی کانگورو)

- (۱) ۲ (۲)  $\frac{2}{5}$  (۳)  $\frac{10}{1}$  (۴)  $\frac{12}{5}$  (۵) ۲۰

**۱۵۹-** از بین اعداد ۱، ۲، ۳، ۴، ... و ۲۰۰۴ دو عدد  $\Delta$  و  $\nabla$  را انتخاب کرده ایم. بیشترین مقدار  $\frac{\Delta + \nabla}{\Delta - \nabla}$  کدام است؟ (المپیاد ریاضی استرالیا)

- (۱) ۴۰۰۰ (۲) ۲۰۰۲ (۳) ۲۰۰۵ (۴) ۴۰۰۸ (۵) ۴۰۰۷

**۱۶۰-** چند سه تایی مرتب از اعداد طبیعی  $(x, y, z)$  در رابطه  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 1$  صدق می کنند؟ (المپیاد ریاضی بلغارستان)

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۶ (۴) ۱۰ (۵) بی شمار

**۱۶۱-** اعداد ۱،  $\frac{1}{2}$ ،  $\frac{1}{3}$ ،  $\frac{1}{4}$ ، ... و  $\frac{1}{100}$  را به ترتیب روی تخته نوشته ایم. دو عدد ابتدایی را انتخاب کرده: آن ها را  $a$  و  $b$  می نامیم و به جای دو عدد  $a$  و  $b$ ، عبارت  $a + b + ab$  را می نویسیم و این حاصل را با عدد بعدی، در نظر گرفته و به جای این ها همان عبارت به دست آمده را می نویسیم. تکرار این عملیات پس از ۹۹ بار، فقط یک عدد روی تخته می ماند. آن عدد کدام است؟ (المپیاد ریاضی آلمان)

- (۱) ۱۰۰ (۲) ۱۰۱ (۳)  $\frac{1}{n!}$  (۴) نامشخص

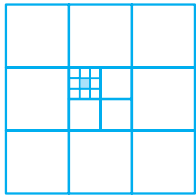
**۱۶۲-** در برخی از زبان های برنامه نویسی برای کامپیوتر (مثل APL) هرگاه یک عبارت جبری بدون پرانتز نوشته شود، عملیات جبری از راست به چپ دسته بندی می شود؛ مثلاً عبارت  $a \times b - c$  به معنی  $a(b - c)$  در جبر معمولی می باشد. عبارت  $a \div b - c + d$  به کدام صورت زیر است؟

- (۱)  $\frac{a}{b} - c + d$  (۲)  $\frac{a}{b} - c - d$  (۳)  $\frac{a}{b - c + d}$  (۴)  $\frac{a}{b - c - d}$

**۱۶۳-** در رابطه  $M = \frac{10n}{1+2n}$ ،  $n, M$  عدد صحیح مثبت است. اگر  $n$  زیاد شود،  $M$ : (المپیاد ریاضی آفریقای بنوپی)

- (۱) کاهش می یابد (۲) افزایش می یابد. (۳) تغییر نمی کند. (۴) ابتدا افزایش سپس کاهش می یابد. (۵) ابتدا کاهش سپس افزایش می یابد.





**۱۶۴-** مربع بزرگ که مساحتش ۱ است، طبق شکل به مربع‌های کوچک‌تری تقسیم شده است. مساحت مربع کوچک سیاه چه قدر است؟  
(مسابقه ریاضی کانگورو)

$\frac{1}{162}$  (۳)       $\frac{1}{108}$  (۲)       $\frac{1}{18}$  (۱)  
 $\frac{1}{1000}$  (۵)       $\frac{1}{324}$  (۴)

در شکل زیر الگویی برای کشیدن مارپیچ می‌بینید. عدد کنار هر شکل بیانگر نسبت سطح رنگی به سطح سفیدرنگ در آن شکل است. با توجه به الگو، به سؤال زیر پاسخ دهید.

(تیزهوشان)



**۱۶۵-** اگر کشیدن این مارپیچ‌ها را طبق الگو ادامه دهیم، نسبت سطح سفید به سطح سیاه در شکل بیستم برابر است با:

$\frac{119}{39}$  (۴)       $\frac{125}{41}$  (۳)       $\frac{119}{41}$  (۲)       $\frac{125}{39}$  (۱)

(المپیاد ریاضی آلمان)

با توجه به جدول زیر به دو پرسش بعدی پاسخ دهید.

شماره	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	...
جمله	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{5}$	...

**۱۶۶-** چندمین کسر است  $\frac{1}{12}$ ؟

$55$  (۴)       $56$  (۳)       $54$  (۲)       $53$  (۱)

**۱۶۷-** سیصد و پنجاه و ششمین (۳۵۶امین) کسر کدام است؟

$\frac{5}{27}$  (۴)       $\frac{3}{27}$  (۳)       $\frac{5}{28}$  (۲)       $\frac{1}{28}$  (۱)

**۱۶۸-** اگر  $3 < a < -3$ ،  $6 < b < -6$  و  $a$  و  $b$  اعداد صحیح و غیرصفر باشند،  $\frac{a}{b}$  بین کدام دو عدد است؟

$-1, 3$  (۴)       $-6, 6$  (۳)       $-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}$  (۲)       $-3, 3$  (۱)

(المپیاد ریاضی آفریقای جنوبی)

**۱۶۹-** اگر  $10 < x < -6$ ،  $-\frac{1}{4} < y < -2$  و نیز  $a < \frac{x}{y} < b$  باشد، مقدار  $a \times b$  کدام است؟

صفر (۱)       $-50$  (۲)       $-240$  (۵)       $-60$  (۳)

(مسابقه ریاضی کانگورو)

**۱۷۰-** عدد  $\frac{1}{1024000}$  چند رقم اعشار دارد؟

$13$  (۳)       $12$  (۲)       $10$  (۱)       $14$  (۴)

**۱۷۱-** کوچک‌ترین عدد طبیعی که اگر بر هر یک از اعداد  $\frac{6}{14}$ ،  $1\frac{15}{21}$  و  $2\frac{2}{3}$  تقسیم کنیم، حاصل عددی صحیح باشد، کدام است؟

$20$  (۴)       $42$  (۳)       $12$  (۲)       $24$  (۱)

(المپیاد ریاضی)

**۱۷۲-** کوچک‌ترین مقدار طبیعی  $n$  که به ازای آن صورت هر سه کسر  $\frac{4}{n+7}$ ،  $\frac{5}{n+8}$  و  $\frac{6}{n+9}$  کاملاً ساده شوند، کدام است؟

$57$  (۴)       $56$  (۳)       $24$  (۲)       $23$  (۱)

# فهرست



- فصل اول: عددهای صحیح و گویا ..... ۷
- فصل دوم: عددهای اول ..... ۳۰
- فصل سوم: چندضلعی‌ها ..... ۵۷
- فصل چهارم: جبر و معادله ..... ۸۲
- فصل پنجم: بردار و مختصات ..... ۱۱۶
- فصل ششم: مثلث ..... ۱۳۷
- فصل هفتم: توان و جذر ..... ۱۷۱
- فصل هشتم: آمار و احتمال ..... ۲۱۱
- فصل نهم: دایره ..... ۲۳۵