

(فصل ۱)

آمار و احتمال

۷	درس ۱: شمارش
۱۷	درس ۲: احتمال
۳۳	درس ۳: چرخه آمار در حل مسائل

(فصل ۲)

الگوهای خطی

۴۶	درس ۱: مدل سازی و دنباله
۵۷	درس ۲: دنباله حسابی

(فصل ۳)

الگوهای غیرخطی

۷۳	درس ۱: دنباله هندسی
۸۵	درس ۲: توان های گویا
۹۶	درس ۳: تابع نمایی

۱۰۵ پاسخ نامه تشریحی

۱۶۵ پاسخ نامه کلیدی

(درس ۲)

## دنباله حسابی

### تعریف و جمله عمومی دنباله حسابی

گفتیم به یک سری عدد که پشت سر هم نوشته شدند، دنباله می‌گوییم. الان می‌خواهیم یک مدل خاص از دنباله‌ها را معرفی کنیم. اگر هر کدام از عددهای دنباله‌ای از اضافه شدن یک مقدار ثابت به عدد قبلی‌اش به دست آمده باشد به آن دنباله حسابی می‌گوییم.

دنباله اعداد روبه‌رو را ببینید:

از جمله دوم به بعد، هر جمله از اضافه شدن عدد ۳ به جمله قبلی‌اش به دست می‌آید. جمله اول ۲ بوده، تا ۳ به آن اضافه شده، شده ۵.

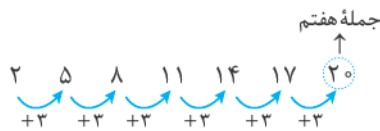
بعد تا ۳ به ۵ اضافه شده، شده ۸ و این روند ادامه پیدا می‌کند. برای همین، این دنباله یک دنباله حسابی است. ...

$$\begin{array}{ccccccc} 2 & 5 & 8 & 11 & \dots & & \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & & & & \\ +3 & +3 & +3 & & & & \end{array}$$

در دنباله حسابی دوتا چیز مهم داریم:

- جمله اول دنباله که با  $a_1$  نشان داده می‌شود. در دنباله‌ای که مثال زدیم  $a_1 = 2$  بود.
- مقدار ثابتی که به جملات دنباله اضافه می‌شود. به این مقدار ثابت، اختلاف مشترک می‌گوییم و با  $d$  نشان می‌دهیم. در دنباله بالا  $d = 3$  بود.

**تذکره** قدیمی‌ها به  $d$ ، قدرنسبت می‌گفتند. اگر جایی در تست‌ها کلمه «قدرنسبت» دیدید بدانید که همان «اختلاف مشترک» است. در دنباله «... ۲, ۵, ۸, ۱۱» اگر جمله هفتم را بخواهیم، از جمله اول شروع می‌کنیم و ۳ تا ۳ تا اضافه می‌کنیم تا به جمله هفتم برسیم:



حالا فرض کنید جمله‌هایی با شماره بالاتر مثلاً جمله بیستم یا جمله پنجاهم را بخواهیم، روش بالا برای به دست آوردن این جمله‌ها مناسب نیست، پس باید دنبال رابطه‌ای باشیم که با آن بتوانیم هر جمله‌ای از دنباله را که می‌خواهیم به دست آوریم.

اگر جمله اول را با  $a_1$  و اختلاف مشترک را با  $d$  نشان دهیم، داریم:

$$\begin{aligned} \text{جمله اول} &= a_1 \\ \text{جمله دوم} &= \text{جمله اول} + \text{اختلاف مشترک} \Rightarrow a_2 = a_1 + d \\ \text{جمله سوم} &= \text{جمله دوم} + \text{اختلاف مشترک} \Rightarrow a_3 = a_2 + d \xrightarrow{a_2 = a_1 + d} a_3 = a_1 + d + d \Rightarrow a_3 = a_1 + 2d \\ \text{جمله چهارم} &= \text{جمله سوم} + \text{اختلاف مشترک} \Rightarrow a_4 = a_3 + d \xrightarrow{a_3 = a_1 + 2d} a_4 = a_1 + 2d + d \Rightarrow a_4 = a_1 + 3d \\ &\vdots \end{aligned}$$

روند بالا به همین ترتیب ادامه دارد. اگر دقت کنید می‌فهمید که  $a_1$  پای ثابت تمام جملات است و بعد از  $a_1$ ، به اندازه یکی کم‌تر از شماره جمله،  $d$  داریم که به  $a_1$  اضافه می‌شود، مثلاً جمله چهارم می‌شود،  $a_1$  به علاوه  $3d$ :

$$a_4 = a_1 + 3d$$

↓  
یکی کم‌تر از ۴

از الگوی به دست آمده می‌توانیم یک رابطه کلی برای جمله  $n$ ام که بهش جمله عمومی دنباله حسابی هم می‌گوییم، بنویسیم:

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

مثلاً جملات هشتم و شصت و نهم دنباله حسابی به صورت روبه‌رو هستند:

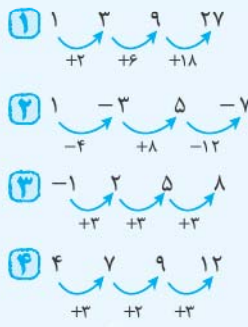
$$a_8 = a_1 + 7d, \quad a_{69} = a_1 + 68d$$

**تست** کدام یک از دنباله‌های زیر حسابی است؟

- ۴, ۷, ۹, ۱۲, ... (۴)
- ۱, ۲, ۵, ۸, ... (۳)
- ۱, -۳, ۵, -۷, ... (۲)
- ۱, ۳, ۹, ۲۷, ... (۱)

**پاسخ** گزینه ۳

در تمام گزینه‌ها، مقدار افزایش جملات پشت سر هم را روی فلش نشان می‌دهیم:



فقط در (۳) مقدار افزایش جملات ثابت مانده، پس این گزینه یک دنباله حسابی است. اختلاف مشترک این دنباله  $d = 3$  است.

**تست** در یک دنباله حسابی با جمله اول ۷ و اختلاف مشترک ۴، جمله نهم کدام است؟

- ۴۲ (۴)
- ۴۰ (۳)
- ۴۳ (۲)
- ۳۹ (۱)

**پاسخ** گزینه ۱

جمله اول  $a_1 = 7$  و اختلاف مشترک  $d = 4$  است. جمله نهم را می‌خواهیم. در جمله عمومی جای  $n$  می‌گذاریم:

$$a_n = a_1 + (n-1)d \xrightarrow{n=9} a_9 = a_1 + 8d$$

$$a_9 = a_1 + 8d = 7 + 8(4) = 7 + 32 = 39$$

حالا جمله نهم را محاسبه می‌کنیم:

**نکته** اگر دو جمله از دنباله حسابی را داشته باشیم، آن دو جمله را برحسب  $a_1$  و  $d$  می‌نویسیم و با حل یک دستگاه دو معادله - دو مجهول،  $a_1$  و  $d$  را به دست می‌آوریم. بعد می‌رویم سراغ هر چی که سؤال خواسته بود.

**تست** در یک دنباله حسابی با جمله سوم -۱ و جمله هفتم ۲۳، مقدار جمله دوازدهم کدام است؟

- ۵۳ (۴)
- ۵۲ (۳)
- ۵۱ (۲)
- ۵۰ (۱)

**پاسخ** گزینه ۲

جمله سوم -۱ است، پس:

$$a_3 = -1 \Rightarrow a_1 + 2d = -1$$

$$a_7 = 23 \Rightarrow a_1 + 6d = 23$$

جمله هفتم ۲۳ است، پس:

حالا دو معادله به دست آمده را در یک دستگاه حل می‌کنیم تا  $a_1$  و  $d$  به دست آیند:

$$\begin{cases} a_1 + 6d = 23 & \text{خودش} \\ a_1 + 2d = -1 & \times(-1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 + 6d = 23 \\ -a_1 - 2d = 1 \end{cases} \oplus$$

$$4d = 24 \Rightarrow d = 6$$

$$a_1 + 2d = -1 \xrightarrow{d=6} a_1 + 12 = -1 \Rightarrow a_1 = -13$$

$$a_{12} = a_1 + 11d = -13 + 11(6) = -13 + 66 = 53$$

$d = 6$  را در معادله دوم قرار می‌دهیم تا  $a_1$  به دست آید:

با داشتن  $a_1 = -13$  و  $d = 6$ ، مقدار  $a_{12}$  را حساب می‌کنیم:

**نکته** در دنباله حسابی، تفاضل دو جمله پشت سر هم (جمله با شماره بزرگ‌تر منهای جمله با شماره کوچک‌تر) همواره برابر با اختلاف مشترک  $(d)$  است.

$$a_8 - a_7 = d, a_{31} - a_{30} = d, a_7 - a_6 = -d$$

به عنوان مثال:

۲۳، ۱۶، ۹، ...

**تست** جمله چندم دنباله حسابی روبه‌رو برابر با  $-110$  است؟

(۴) بیست و یکم

(۳) بیستم

(۲) نوزدهم

(۱) هجدهم

$$d = a_2 - a_1 = 16 - 23 = -7$$

**پاسخ گزینه ۳** اول اختلاف مشترک را حساب می‌کنیم:

حالا با داشتن  $a_1 = 23$  و  $d = -7$ ، جمله عمومی دنباله را می‌نویسیم:

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow a_n = 23 + (n-1)(-7) \Rightarrow a_n = 23 - 7n + 7 \Rightarrow a_n = -7n + 30$$

کلاً وقتی شماره جمله را خواهیم باید در  $a_n$ ، مقدار  $n$  را به دست بیاوریم. این جا هم یکی از جملات دنباله، شده  $-110$ . فرض می‌کنیم  $a_n = -110$

$$a_n = -110 \Rightarrow -7n + 30 = -110 \Rightarrow -7n = -110 - 30 \Rightarrow -7n = -140 \Rightarrow 7n = 140 \Rightarrow n = \frac{140}{7} = 20$$

است و  $n$  را حساب می‌کنیم:

$$\text{تعداد} = \frac{\text{اولی} - \text{آخری}}{d} + 1$$

**نکته** اگر تعداد جملات یک دنباله حسابی را خواهیم از رابطه روبه‌رو استفاده می‌کنیم:

۲۲۰، ۱۴۰، ۶۰، ...، ۲۵۰

**تست** تعداد اعداد روبه‌رو کدام است؟

(۴) ۳۶

(۳) ۳۵

(۲) ۳۴

(۱) ۳۳

$$d = a_2 - a_1 = -140 - (-220) = 8$$

**پاسخ گزینه ۳** اول اختلاف مشترک را حساب می‌کنیم:

حالا از فرمول گفته شده در نکته قبل استفاده می‌کنیم:

$$\text{تعداد} = \frac{\text{اولی} - \text{آخری}}{d} + 1 = \frac{250 - (-220)}{8} + 1 = \frac{470}{8} + 1 = 58.75 + 1 = 59.75 \approx 60$$

ممکن است دنباله حسابی را در قالب یک مسئله به خوردمان بدهند! تست زیر را ببینید:

**تست** پدر بهادر به او قول داده هر ماه به او مقداری پول برای پس انداز کردن بدهد. قرار است ماه اول ۶۰۰۰۰۰ تومان و هر ماه ۴۰۰۰۰۰ تومان نسبت

به ماه قبل بیشتر به بهادر بدهد. پدر بهادر ماه چندم ۹۶۰۰۰۰۰ تومان برای پس انداز به بهادر می‌دهد؟

(۴) ۱۲

(۳) ۱۱

(۲) ۱۰

(۱) ۹

$$600000, 640000, 680000, \dots$$

$\xrightarrow{+40000}$        $\xrightarrow{+40000}$

**پاسخ گزینه ۲** پس اندازهای ماهانه بهادر به صورت روبه‌رو است:

این اعداد با هم تشکیل یک دنباله حسابی با جمله اول  $a_1 = 600000$  و اختلاف مشترک  $d = 40000$  می‌دهند.

جمله عمومی این دنباله را می‌نویسیم:

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow a_n = 600000 + (n-1)(40000) \Rightarrow a_n = 600000 + 40000n - 40000 \Rightarrow a_n = 40000n + 560000$$

برای آن که ببینیم پدر بهادر در ماه چندم ۹۶۰۰۰۰۰ تومان برای پس انداز به بهادر داده باید  $a_n$  را با ۹۶۰۰۰۰۰ برابر بگذاریم و  $n$  را حساب کنیم:

$$a_n = 960000 \Rightarrow 40000n + 560000 = 960000 \Rightarrow 40000n = 960000 - 560000 \Rightarrow 40000n = 400000 \Rightarrow n = 10$$

کتاب درسی در یکی از تمرین‌های خود در مورد علامت  $d$  صحبت کرده. نکته زیر را هم برای اختتامیه این درس‌نامه بخوانید.

**نکته** در دنباله حسابی اگر اختلاف مشترک مثبت باشد، جملات دنباله افزایش و اگر اختلاف مشترک منفی باشد، جملات دنباله کاهش می‌یابند.

ضمناً اگر اختلاف مشترک صفر باشد، جملات دنباله ثابت می‌مانند:

$$d > 0 \Rightarrow \text{افزایشی (صعودی)}$$

$$d = 0 \Rightarrow \text{ثابت}$$

$$d < 0 \Rightarrow \text{کاهشی (نزولی)}$$

## رابطه بازگشتی دنباله حسابی

گفتیم دنباله‌ای که اختلاف دو جمله متوالی آن مقدار ثابتی باشد، دنباله حسابی است.

دو جمله متوالی را در حالت کلی  $a_n$  و  $a_{n-1}$  می‌گیریم. به اختلاف ثابت بین جملات، اختلاف مشترک می‌گفتیم و با  $d$  نشان می‌دادیمش. پس طبق تعریف باید  $a_n - a_{n-1} = d$  برابر باشد، در نتیجه:

$$\text{رابطه بازگشتی دنباله حسابی: } a_n - a_{n-1} = d$$

البته رابطه بالا را به شکل  $a_n = a_{n-1} + d$  هم می‌توانیم بنویسیم.

مثلاً دنباله  $2, 5, 8, 11, \dots$  که جمله اولش ۲ و اختلاف مشترکش ۳ است با رابطه بازگشتی به صورت  $a_n = a_{n-1} + 3$  با شرط  $a_1 = 2$  نشان داده می‌شود.

$$2, \frac{1}{2}, -1, \dots$$

**تست** رابطه بازگشتی دنباله حسابی روبه‌رو کدام است؟ ( $a_1 = 2$ )

$$a_n = a_{n-1} - \frac{5}{2} \quad (4)$$

$$a_n = a_{n-1} + \frac{5}{2} \quad (3)$$

$$a_n = a_{n-1} - \frac{3}{2} \quad (2)$$

$$a_n = a_{n-1} + \frac{3}{2} \quad (1)$$

$$d = a_2 - a_1 = \frac{1}{2} - 2 = \frac{1}{2} - \frac{4}{2} = -\frac{3}{2}$$

**پاسخ گزینه ۲** اختلاف مشترک را حساب می‌کنیم:

$$a_n - a_{n-1} = d \xrightarrow{d = -\frac{3}{2}} a_n - a_{n-1} = -\frac{3}{2}$$

حالا  $d = -\frac{3}{2}$  را در رابطه بازگشتی دنباله حسابی قرار می‌دهیم:

$$a_n = a_{n-1} - \frac{3}{2}$$

$a_{n-1}$  را به سمت راست تساوی می‌بریم:

**تذکر** از آن جایی که  $a_n$  و  $a_{n+1}$  هم دو جمله متوالی هستند می‌توانیم جای  $a_n = a_{n-1} + d$  از  $a_{n+1} = a_n + d$  استفاده کنیم.

**تست** اگر رابطه بازگشتی یک دنباله به صورت  $a_n = a_{n-1} + 8$  و  $a_1 = -14$  باشد، جمله پانزدهم این دنباله کدام است؟

$$98 \quad (4)$$

$$100 \quad (3)$$

$$96 \quad (2)$$

$$102 \quad (1)$$

**پاسخ گزینه ۴** با توجه به رابطه  $a_n - a_{n-1} = 8$ ، می‌فهمیم این دنباله یک دنباله حسابی با اختلاف مشترک  $d = 8$  است.

جمله اول  $a_1 = -14$  را هم داریم. جمله پانزدهم را حساب می‌کنیم:

$$a_{15} = a_1 + 14d = -14 + 14(8) = -14 + 112 = 98$$

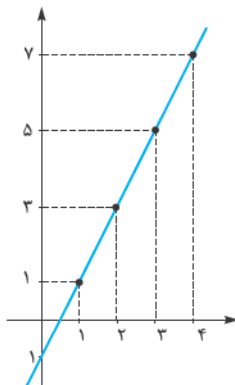
### نمودار دنباله حسابی

نمودار هر دنباله از یک سری نقطه تشکیل می‌شود. در نمودار دنباله حسابی، تمام نقاط نمودار روی یک خط قرار دارند.

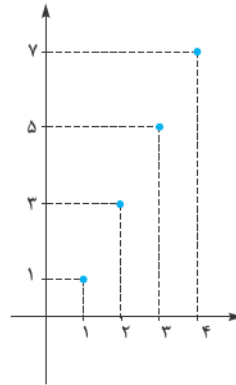
به عنوان مثال دنباله  $a_n = 2n - 1$  را در نظر بگیرید.

جملات آن به صورت  $1, 3, 5, 7, \dots$  هستند.

در زیر نمودار دنباله  $a_n = 2n - 1$  و خط به معادله  $y = 2x - 1$  را رسم کردیم:



نمودار خط  $y = 2x - 1$



نمودار دنباله  $a_n = 2n - 1$

این نتیجه‌ها را می‌توانیم بگیریم:

① نمودار دنباله  $a_n = bn + c$  روی خط به معادله  $y = bx + c$  قرار دارد. (دقت کنید ضریب  $b$  و ضریب  $x$  برابرند).

② ضریب  $b$  در جمله عمومی دنباله با اختلاف مشترک ( $d$ ) و شیب خط یکسان است.







### پرسش‌های چهارگزینه‌ای

#### جمله عمومی دنباله حسابی

۲۴۲- کدام یک از دنباله‌های زیر یک دنباله حسابی است؟

- (۱)  $1, 2, -3, 4, \dots$  (۲)  $3, 5, 8, 10, \dots$  (۳)  $1, 4, 7, 10, \dots$  (۴)  $1, 2, 4, 8, \dots$   
 (۱)  $-1, 2, -3, 4, \dots$  (۲)  $3, 5, 8, 10, \dots$  (۳)  $1, 4, 7, 10, \dots$  (۴)  $1, 2, 4, 8, \dots$   
 ۲۴۳- اختلاف مشترک دنباله حسابی روبه‌رو کدام است؟

- (۱)  $-6$  (۲)  $6$  (۳)  $-5$  (۴)  $5$

۲۴۴- در دنباله حسابی با جمله عمومی  $a_n = 3n - 2$ ، مجموع جملات چهارم و ششم کدام است؟

- (۱)  $24$  (۲)  $26$  (۳)  $28$  (۴)  $30$

۲۴۵- در دنباله حسابی با جمله عمومی  $a_n = \frac{2n-4}{3}$ ، جمله هفتم چند برابر اختلاف مشترک دنباله است؟

- (۱)  $5$  (۲)  $6$  (۳)  $7$  (۴)  $8$

(کتاب درسی)

۲۴۶- جمله عمومی دنباله « $4, 1, -2, -5, -8, \dots$ » کدام است؟

- (۱)  $a_n = -3n + 1$  (۲)  $a_n = 3n + 1$  (۳)  $a_n = -3n + 7$  (۴)  $a_n = 3n + 7$

۲۴۷- کدام یک از گزینه‌های زیر جمله عمومی یک دنباله حسابی است؟

- (۱)  $a_n = n^2$  (۲)  $a_n = -2n + 1$  (۳)  $a_n = \frac{1}{n}$  (۴)  $a_n = \frac{n+1}{n}$

۲۴۸- در یک دنباله حسابی با جمله اول  $-3$  و اختلاف مشترک  $7$ ، جمله دهم کدام است؟

- (۱)  $73$  (۲)  $74$  (۳)  $60$  (۴)  $67$

۲۴۹- جمله هفدهم دنباله حسابی  $11, -16, -21, \dots$  کدام است؟

- (۱)  $54$  (۲)  $59$  (۳)  $64$  (۴)  $69$

۲۵۰- جمله هجدهم یک دنباله حسابی  $85$  و اختلاف مشترک آن  $4$  است. جمله اول این دنباله کدام است؟

- (۱)  $16$  (۲)  $17$  (۳)  $26$  (۴)  $27$

۲۵۱- اگر جمله پنجم یک دنباله حسابی  $13$  و اختلاف مشترک آن  $\frac{5}{3}$  باشد، جمله نوزدهم این دنباله کدام است؟

- (۱)  $45/5$  (۲)  $46$  (۳)  $50/5$  (۴)  $48$

- ۲۵۲- در دنباله حسابی  $\dots, y, 35, x, 125$ . عدد  $y$  کدام است؟
- (۱)  $-10$  (۲)  $-5$  (۳) صفر (۴)  $5$
- ۲۵۳- نخستین جمله یک دنباله حسابی ۲۵ و اختلاف مشترک آن‌ها ۱۸ است. جمله چندم این دنباله ۶۰۱ است؟
- (۱) سی و سوم (۲) سی و چهارم (۳) سی و دوم (۴) سی و یکم
- ۲۵۴- در دنباله حسابی  $\dots, 27, 20, 13$ . جمله چندم برابر با ۹۰ است؟
- (۱) دهم (۲) یازدهم (۳) دوازدهم (۴) سیزدهم
- ۲۵۵- تعداد جملات دنباله حسابی روبه‌رو کدام است؟
- (۱) ۱۸ (۲) ۱۹ (۳) ۲۰ (۴) ۲۱
- ۲۵۶- تعداد اعداد طبیعی کوچک‌تر از ۲۰۰ که بر ۷ بخش پذیرند کدام است؟
- (۱) ۲۶ (۲) ۲۷ (۳) ۲۸ (۴) ۲۹
- ۲۵۷- در یک دنباله حسابی جملات سوم و هشتم به ترتیب ۱۳ و ۴۳ هستند. جمله دهم این دنباله کدام است؟
- (۱) ۵۱ (۲) ۵۳ (۳) ۵۵ (۴) ۵۷
- ۲۵۸- اگر جملات دوم و نهم یک دنباله حسابی به ترتیب ۲۴ و ۱۱ باشند. جمله چندم این دنباله برابر با ۵۶ است؟
- (۱) شانزدهم (۲) هفدهم (۳) هجدهم (۴) نوزدهم
- ۲۵۹- اگر جمله چهاردهم و نهم یک دنباله حسابی به ترتیب  $\frac{2}{3}$  و  $\frac{1}{4}$  باشد. جمله چندم این دنباله صفر است؟
- (۱) پنجم (۲) ششم (۳) هفتم (۴) چهارم
- ۲۶۰- مجموع دو جمله  $n$  ام و  $(n-1)$  ام دنباله  $2, 4, 6, 8, \dots$  کدام است؟
- (۱)  $4n-2$  (۲)  $4n-1$  (۳)  $4n$  (۴)  $4n+1$
- ۲۶۱- در یک دنباله حسابی مجموع جملات دوم و ششم برابر با ۲۲ و مجموع جملات سوم و نهم برابر با ۳۰ است. اختلاف مشترک این دنباله کدام است؟
- (۱)  $-3$  (۲) ۳ (۳)  $-2$  (۴) ۲
- ۲۶۲- در یک دنباله حسابی. جمله دوم برابر با ۱۸ و مجموع جملات سوم و ششم برابر با ۲۶ است. جمله دهم این دنباله کدام است؟
- (۱) صفر (۲)  $-2$  (۳) ۴ (۴) ۲
- ۲۶۳- در یک دنباله حسابی. جمله نهم، سه برابر جمله سیزدهم است. جمله چندم این دنباله برابر صفر است؟
- (۱) چهاردهم (۲) پانزدهم (۳) شانزدهم (۴) هفدهم
- ۲۶۴- در یک دنباله حسابی دو برابر جمله هفتم از جمله سوم، ۷ واحد بیشتر است. کدام گزینه صحیح است؟
- (۱)  $a_{11} = 7$  (۲)  $a_{11} = 7$  (۳)  $a_{11} = 14$  (۴)  $a_{10} = 14$
- ۲۶۵- اگر به اختلاف مشترک یک دنباله حسابی ۳ واحد افزوده شود. جمله هفتم آن چه تغییری می‌کند؟
- (۱) ۳ واحد افزایش می‌یابد. (۲) ۱۸ واحد افزایش می‌یابد. (۳) ۲۱ واحد افزایش می‌یابد. (۴) تغییری نمی‌کند.
- ۲۶۶- در دنباله حسابی  $\dots, 17, 11, 5$ . اولین جمله بزرگ‌تر از ۱۰۰. جمله چندم دنباله است؟
- (۱) شانزدهم (۲) هفدهم (۳) هجدهم (۴) نوزدهم
- ۲۶۷- در یک دنباله حسابی. مجموع جملات ششم و هفتم برابر ۳۱ و مجموع جملات دوم تا چهارم ۱۵ است. جمله پنجم کدام است؟
- (۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۱۱ (۴) ۱۲
- ۲۶۸- در یک کارگاه سنگ‌بری برای صیقل دادن سنگ‌ها از یک صفحه به وزن ۱۲۵۰۰ گرم استفاده می‌شود. اگر با توجه به مصرف هفتگی ۱۸۷۵ گرم از وزن آن صفحه، در هر هفته کم شود. پس از شش هفته استفاده مداوم، وزن صفحه چند گرم است؟
- (۱) ۱۰۰۰ (۲) ۱۲۰۰ (۳) ۱۲۵۰ (۴) ۱۵۰۰
- ۲۶۹- یک چاه‌کن قرار است تعدادی چاه حفر کند. اگر عمق اولین و دومین چاهی که حفر می‌کند ۳۰ و  $29/5$  متر و عمق هر چاه  $5/5$  متر از عمق چاه قبلی کم‌تر و عمق آخرین چاه  $3/5$  متر باشد. تعداد چاه‌ها کدام است؟
- (۱) ۵۳ (۲) ۵۴ (۳) ۵۵ (۴) ۵۶
- ۲۷۰- یک کارگاه تولید پوشاک در روز اول فعالیتش ۱۶۰ واحد پوشاک تولید می‌کند. قرار است هر روز نسبت به روز قبل ۳۵ واحد پوشاک به تولید کارگاه اضافه شود. اگر تولید کارگاه به ۱۰۰۰ واحد پوشاک در روز برسد. این کارگاه تولیدات خود را می‌تواند وارد بازار کند. در روز چندم از شروع کار. این کارگاه می‌تواند تولیدات خود را وارد بازار کند؟
- (۱) ۲۴ (۲) ۲۵ (۳) ۲۶ (۴) ۲۷
- ۲۷۱- قطار سریع‌السیری به طور آزمایشی، فاصله دو شهر را بار اول در ۴ ساعت طی کرده است. طبق برنامه تعیین شده، در هر رفت یا برگشت ۵ دقیقه از مدت زمان نوبت قبل کاسته می‌شود تا مدت زمان طی کردن این مسافت به ۲ ساعت برسد. تعداد نوبت‌های آزمایشی کدام است؟
- (۱) ۱۶ (۲) ۲۰ (۳) ۲۴ (۴) ۲۵





۲۷۲- کارفرمایی به یک کارگر مبتدی در هفته اول ۷۵۰ واحد پول دستمزد می‌دهد و متعهد می‌شود که در صورت رضایت کاری در پایان هر هفته، ۲۵ واحد پول به دستمزد وی اضافه کند تا به دستمزد ثابت ۲۰۰۰ واحد پول برسد. با رضایت کاری پس از چند هفته، به دستمزد ثابت می‌رسد؟

(سراسری ۹۵) ۴) ۵۱ ۳) ۵۰ ۲) ۴۹ ۱) ۴۸

۲۷۳- درآمد یک کارمند، ماهیانه ۲۶۰۰۰۰۰ تومان است که ۱۰ درصد آن را مالیات می‌دهد. اگر برای هر ساعت اضافه‌کاری این شخص ۱۱۰۰۰ تومان دریافت کند و مالیاتی بابت آن ندهد. پس از روزانه چند ساعت اضافه‌کاری، دریافتی خالص این شخص ۳ میلیون تومان می‌شود؟ (ماه را ۳۰ روزه در نظر بگیرید و خبری هم از تعطیلی نیست!)

(کتاب درسی) ۴) ۳ ۳) ۲/۵ ۲) ۲ ۱) ۱/۵

۲۷۴- در دنباله حسابی  $\dots, \frac{5}{3}, 1, \frac{1}{3}$ ، جمله اول را با ۴، جمله دوم را با ۵، جمله سوم را با ۶ و ... جمع می‌کنیم. جمله یازدهم دنباله جدید کدام است؟

(سراسری ۸۹) ۴)  $\frac{65}{3}$  ۳)  $\frac{62}{3}$  ۲) ۲۱ ۱) ۲۰

۲۷۵- چهار عدد که جملات متوالی یک دنباله حسابی اند را در نظر بگیرید. مجموع عدد بزرگ‌تر و کوچک‌تر برابر ۱۰ و مجموع دو عدد بزرگ‌تر، ۹ برابر مجموع دو عدد کوچک‌تر است. کوچک‌ترین این اعداد کدام است؟

(سراسری ۸۹) ۴) ۲ ۳) ۱ ۲) -۱ ۱) -۲

۲۷۶- مجموع پنج عدد که جملات متوالی از دنباله حسابی اند برابر ۱۰۵ و مجموع سه عدد بزرگ‌تر، ۶ برابر مجموع دو عدد کوچک‌تر است. بزرگ‌ترین این اعداد کدام است؟

(سراسری ۸۹) ۴) ۴۱ ۳) ۴۰ ۲) ۳۹ ۱) ۳۸

### رابطه بازگشتی دنباله حسابی

$\dots, -\frac{1}{4}, -1, -\frac{3}{4}, -2$

۲۷۷- رابطه بازگشتی دنباله حسابی با جملات روبه‌رو کدام است؟

(کتاب درسی) ۴)  $a_n = a_{n-1} + 2$  ۳)  $a_n = a_{n-1} - 2$  ۲)  $a_n = a_{n-1} - \frac{1}{4}$  ۱)  $a_n - a_{n-1} = \frac{1}{4}$

۲۷۸- در رابطه بازگشتی  $a_n = a_{n-1} + 5$  با فرض  $a_1 = -17$ ، جمله چهاردهم کدام است؟

(سراسری ۸۹) ۴) ۶۲ ۳) ۵۲ ۲) ۵۸ ۱) ۴۸

۲۷۹- کدام یک از جملات زیر نشان‌دهنده یک دنباله حسابی افزایشی است؟

(سراسری ۸۹) ۴)  $a_{n+1} + a_n = 10$  ۳)  $a_n = a_{n+1} - 2$  ۲)  $a_{n+1} = a_n - 1$  ۱)  $a_{n+1} = 2a_n - 1$

۲۸۰- اگر جمله عمومی یک دنباله حسابی  $a_n = 4n - 1$  باشد، رابطه بازگشتی آن کدام است؟

(سراسری ۸۹) ۴)  $a_1 = 1, a_n - a_{n-1} = -4$  ۳)  $a_1 = 1, a_n - a_{n-1} = 4$  ۲)  $a_1 = 3, a_n = a_{n-1} + 4$  ۱)  $a_1 = 3, a_n = a_{n-1} - 4$

۲۸۱- اگر در رابطه بازگشتی  $a_{n+1} = a_n - 3$ ، جمله دهم برابر ۲۰ باشد، جمله هفدهم کدام است؟

(سراسری ۸۹) ۴) -۳ ۳) ۳ ۲) -۱ ۱) ۱

۲۸۲- در یک دنباله حسابی با جمله اول ۲-، اگر  $a_{n+1} - a_n = 6$  باشد، جمله پانزدهم این دنباله کدام است؟

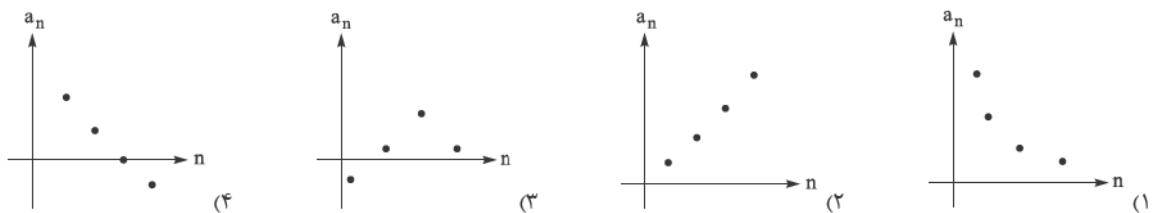
(سراسری ۸۹) ۴) ۹۲ ۳) ۸۸ ۲) ۸۶ ۱) ۸۲

۲۸۳- اگر جمله ششم یک دنباله حسابی از جمله هفتم آن ۲ واحد بیشتر باشد و جمله سوم آن ۷- باشد، رابطه بازگشتی آن به کدام صورت است؟

(سراسری ۸۹) ۴)  $a_n = a_{n-1} - 2, a_1 = -11$  ۳)  $a_n = a_{n-1} + 2, a_1 = -11$  ۲)  $a_n = a_{n-1} - 2, a_1 = -3$  ۱)  $a_n = a_{n-1} + 2, a_1 = -3$

### نمودار دنباله حسابی

۲۸۴- کدام گزینه مربوط به نمودار یک دنباله حسابی کاهش‌ی است؟



۲۸۵- تمام جملات یک دنباله، روی خط به معادله  $y = 3x + 4 = 0$  قرار دارند. جمله دهم این دنباله کدام است؟

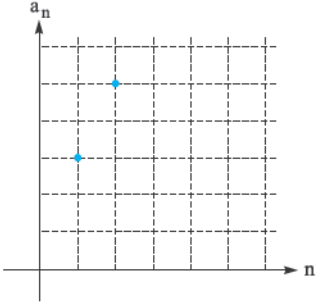
(سراسری ۸۹) ۴) ۳۰ ۳) ۲۸ ۲) ۲۶ ۱) ۲۴



۲۸۶- اگر نمودار زیر مربوط به دنباله حسابی  $a_n$  باشد، جمله پنجم آن کدام است؟

- ۹ (۱)
- ۱۱ (۲)
- ۱۳ (۳)
- ۱۰ (۴)

کتاب درسی



۲۴۲- گزینه ۳ در تمام گزینه‌ها، مقدار افزایش جملات پشت سرهم را روی فلش‌ها می‌نویسیم:



فقط در (۳) مقدار افزایش جملات ثابت مانده، پس این گزینه یک دنباله حسابی است.

۲۴۳- گزینه ۲ تفاضل دو جمله متوالی، اختلاف مشترک می‌شود، پس باید جمله دوم را منهای جمله اول کنیم:

$$6 = -7 + 13 = -7 - (-13) = \text{جمله اول} - \text{جمله دوم} = \text{اختلاف مشترک}$$

۲۴۴- گزینه ۲ برای به دست آوردن جمله چهارم باید در جمله عمومی جای  $n$  عدد ۴ را قرار دهیم:

$$a_n = 3n - 2 \xrightarrow{n=4} a_4 = 3(4) - 2 = 12 - 2 = 10$$

برای جمله ششم هم جای  $n$  عدد ۶ را قرار می‌دهیم:

$$a_n = 3n - 2 \xrightarrow{n=6} a_6 = 3(6) - 2 = 18 - 2 = 16$$

پس مجموع جملات چهارم و ششم برابر است با:  $a_4 + a_6 = 10 + 16 = 26$

۲۴۵- گزینه ۱ برای به دست آوردن جمله هفتم باید در جمله عمومی جای  $n$  عدد ۷ را قرار دهیم:

$$a_n = \frac{2n-4}{3} \xrightarrow{n=7} a_7 = \frac{2(7)-4}{3} = \frac{14-4}{3} = \frac{10}{3}$$

برای به دست آوردن اختلاف مشترک باید دو جمله متوالی را از هم کم کنیم. جمله هفتم را که به دست آوردیم، جمله ششم را هم به دست می‌آوریم و از هم کم می‌کنیم تا  $d$  به دست آید:

$$a_n = \frac{2n-4}{3} \xrightarrow{n=6} a_6 = \frac{2(6)-4}{3} = \frac{12-4}{3} = \frac{8}{3}$$

$$\text{اختلاف مشترک} = a_7 - a_6 = \frac{10}{3} - \frac{8}{3} = \frac{2}{3}$$

جمله هفتم  $\frac{10}{3}$  و اختلاف مشترک  $\frac{2}{3}$  شد، پس:

$$\frac{\text{جمله هفتم}}{\text{اختلاف مشترک}} = \frac{\frac{10}{3}}{\frac{2}{3}} = \frac{10}{2} = 5$$

**نکته** در جمله عمومی دنباله حسابی، ضریب  $n$  برابر با  $d$  است. مثلاً در

$$\text{دنباله } a_n = \frac{2}{3}n - \frac{4}{3}, \text{ ضریب } n, \frac{2}{3} \text{ بود و } d \text{ هم } \frac{2}{3} \text{ شد.}$$

۲۴۶- گزینه ۳ اول اختلاف مشترک را حساب می‌کنیم:

$$d = a_2 - a_1 = 1 - 4 = -3$$

با داشتن  $a_1 = 4$  و  $d = -3$ ، جمله عمومی دنباله را می‌نویسیم:

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow a_n = 4 + (n-1)(-3)$$

$$\Rightarrow a_n = 4 - 3n + 3 \Rightarrow a_n = -3n + 7$$

۲۴۷- **گزینه ۲** جمله عمومی یک دنباله حسابی به صورت  $a_n = An + B$  است که در آن  $A$  و  $B$  دو عدد هستند. با  $A = -2$  و  $B = 1$  به دنباله حسابی  $a_n = -2n + 1$  می‌رسیم که همان (۲) است.

۲۴۸- **گزینه ۳** سؤال گفته جمله اول  $-3$  و اختلاف مشترک  $7$  است، پس:  
حالا از جمله عمومی کمک می‌گیریم تا جمله دهم را حساب کنیم، جمله عمومی دنباله حسابی  $a_n = a_1 + (n-1)d$  است.  
چون جمله دهم را می‌خواهیم باید جای  $n$  عدد  $10$  را قرار دهیم:

$$a_{10} = a_1 + 9d$$

$$a_{10} = -3 + 9(7) = -3 + 63 = 60$$

۲۴۹- **گزینه ۲** در دنباله حسابی  $... -11, -16, -21, ...$  اول  $d$  را به دست می‌آوریم:  
جمله هفدهم از رابطه  $a_{17} = a_1 + 16d$  حساب می‌شود.

$$d = a_7 - a_1 = -16 - (-21) = -16 + 21 = 5$$

$$a_1 = -21$$

$$a_{17} = a_1 + 16d = -21 + 16(5) = -21 + 80 = 59$$

۲۵۰- **گزینه ۲** جمله هجدهم دنباله حسابی از رابطه  $a_{18} = a_1 + 17d$  حساب می‌شود.

ما باید مقادیر  $a_{18} = 85$  و  $d = 4$  را در رابطه بالا قرار دهیم تا  $a_1$  به دست آید:

$$a_{18} = a_1 + 17d \Rightarrow 85 = a_1 + 17(4) \Rightarrow 85 = a_1 + 68$$

$$\Rightarrow 85 - 68 = a_1 \Rightarrow a_1 = 17$$

۲۵۱- **گزینه ۴** جمله پنجم دنباله حسابی از رابطه  $a_5 = a_1 + 4d$  به دست می‌آید. با داشتن  $a_5 = 13$  و  $d = \frac{5}{3}$  مقدار  $a_1$  را حساب می‌کنیم:

$$a_5 = a_1 + 4d \Rightarrow 13 = a_1 + 4\left(\frac{5}{3}\right) \Rightarrow 13 = a_1 + \frac{20}{3} \Rightarrow a_1 = 3$$

حالا با داشتن  $a_1 = 3$  و  $d = \frac{5}{3}$  را حساب می‌کنیم:

$$a_{19} = a_1 + 18d = 3 + 18\left(\frac{5}{3}\right) = 3 + 30 = 33$$

۲۵۲- **گزینه ۱** جمله اول و سوم دنباله حسابی  $... y, 35, x, 125$  را داریم:

$$a_1 = 125, a_3 = 35$$

$$a_3 = a_1 + 2d \Rightarrow 35 = 125 + 2d$$

$$\Rightarrow 35 - 125 = 2d \Rightarrow -90 = 2d \Rightarrow d = \frac{-90}{2} = -45$$

$y$  همان جمله چهارم این دنباله است. با داشتن  $a_1 = 125$  و  $d = -45$  مقدار جمله چهارم ( $y$ ) را حساب می‌کنیم:

$$a_4 = a_1 + 3d = 125 + 3(-45) = 125 + (-135) = -10$$

پس  $y$  هم  $-10$  است.

۲۵۳- **گزینه ۴** با داشتن  $a_1 = 25$  و  $d = 18$ ، جمله عمومی را می‌نویسیم:

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$\Rightarrow a_n = 25 + (n-1)(18) = 25 + 18n - 18 = 18n + 7$$

برای این که بینیم جمله چندم دنباله  $601$  است باید  $a_n$  را با  $601$  برابر قرار دهیم و  $n$  را حساب کنیم:  $a_n = 601 \Rightarrow 18n + 7 = 601 \Rightarrow 18n = 594 \Rightarrow n = \frac{594}{18} = 33$

۲۵۴- **گزینه ۳** اول اختلاف مشترک دنباله حسابی  $... 27, 20, 13$  را حساب می‌کنیم:

$d = a_2 - a_1 = 20 - 13 = 7$   
سؤال هایی که دنبال «جمله چندم» هستند؛ یعنی مقدار  $n$  را می‌خواهند. فرمول جمله عمومی دنباله حسابی را می‌نویسیم:  $a_n = a_1 + (n-1)d$   
جمله اول دنباله  $a_1 = 13$  و اختلاف مشترک  $d = 7$  است. می‌خواهیم ببینیم جمله چندم این دنباله حسابی  $90$  می‌شود. باید جای  $a_n$ ، عدد  $90$  را قرار دهیم و  $n$  را به دست آوریم:

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow 90 = 13 + (n-1)(7) \Rightarrow 90 = 13 + 7n - 7$$

$$\Rightarrow 90 = 7n + 6 \Rightarrow 7n = 90 - 6 \Rightarrow 7n = 84 \Rightarrow n = \frac{84}{7} = 12$$

۲۵۵- **گزینه ۲** در دنباله حسابی  $... 79, 71, 63, ...$  اطلاعات زیر را داریم:  $79$  = جمله آخر،  $4$  = اختلاف مشترک،  $7$  = جمله اول

برای به دست آوردن تعداد جملات دنباله حسابی می‌توانیم از رابطه زیر استفاده کنیم:

$$\text{تعداد} = \frac{\text{جمله اول} - \text{جمله آخر}}{\text{اختلاف مشترک}} + 1 = \frac{79 - 7}{4} + 1$$

$$= \frac{72}{4} + 1 = 18 + 1 = 19$$

۲۵۶- **گزینه ۳** اعداد کوچک‌تر از  $200$  که بر  $7$  بخش پذیرند را می‌نویسیم:

$7, 14, 21, \dots, 196$   
شاید بپرسید  $196$  از کجا آمد؟ نزدیکی  $200$  چه عددی می‌شناسیم که بر  $7$  بخش پذیر باشد؟  $210$

خب از  $210$ ، هفت تا کم کنیم می‌شود  $203$ ؛ هفت تای دیگر هم کم می‌کنیم تا از  $200$  کم‌تر شود:

$203 - 7 = 196$   
اعداد  $7, 14, 21, \dots, 196$ ، یک دنباله حسابی با جمله اول  $7$ ، جمله آخر  $196$  و اختلاف مشترک  $7$  هستند. تعدادشان را به دست می‌آوریم:

$$\text{تعداد} = \frac{\text{جمله اول} - \text{جمله آخر}}{\text{اختلاف مشترک}} + 1 = \frac{196 - 7}{7} + 1 = \frac{189}{7} + 1 = 27 + 1 = 28$$

۲۵۷- **گزینه ۳** جمله سوم  $13$  است، پس:  $a_3 = 13 \Rightarrow a_1 + 2d = 13$   
جمله هشتم  $43$  است، پس:  $a_8 = 43 \Rightarrow a_1 + 7d = 43$

حالا دو معادله به دست آمده را در یک دستگاه دو معادله - دو مجهول حل می‌کنیم تا  $a_1$  و  $d$  به دست آیند:

$$\begin{cases} a_1 + 2d = 13 & \xrightarrow{\times(-1)} \\ a_1 + 7d = 43 & \xrightarrow{\text{خودش!}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -a_1 - 2d = -13 \\ a_1 + 7d = 43 \end{cases} \oplus$$

$$5d = 30 \Rightarrow d = 6$$

حالا  $d = 6$  را در معادله  $a_1 + 2d = 13$  قرار می‌دهیم تا  $a_1$  به دست آید:

$$a_1 + 2(6) = 13 \Rightarrow a_1 + 12 = 13 \Rightarrow a_1 = 1$$

با داشتن  $a_1 = 1$  و  $d = 6$ ، جمله دهم را حساب می‌کنیم:

$$a_{10} = a_1 + 9d = 1 + 9(6) = 1 + 54 = 55$$

۲۵۸- **گزینه ۳**  $a_7 = 24 \Rightarrow a_1 + d = 24$   
 $a_9 = -11 \Rightarrow a_1 + 8d = -11$

دو معادله بالا را در یک دستگاه حل می‌کنیم تا  $a_1$  و  $d$  به دست آیند.

$$\begin{cases} a_1 + d = 24 & \xrightarrow{\times(-1)} \\ a_1 + 8d = -11 & \xrightarrow{\text{خودش}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -a_1 - d = -24 \\ a_1 + 8d = -11 \end{cases} \oplus$$

$$7d = -35 \Rightarrow d = -5$$

با جای گذاری  $d = -5$  در معادله  $a_1 + d = 24$  مقدار  $a_1$  را حساب می‌کنیم:  
 $a_1 + (-5) = 24 \Rightarrow a_1 = 24 + 5 \Rightarrow a_1 = 29$   
 چون سؤال پرسیده جمله چندم این دنباله  $-56$  است، پس به جمله عمومی دنباله نیاز داریم. با داشتن  $a_1 = 29$  و  $d = -5$ ، جمله عمومی را می‌نویسیم:  
 $a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow a_n = 29 + (n-1)(-5)$   
 $\Rightarrow a_n = 29 - 5n + 5 \Rightarrow a_n = -5n + 34$   
 برای این که ببینیم جمله چندم این دنباله  $-56$  است، جای  $a_n$  عدد  $-56$  را قرار می‌دهیم تا  $n$  به دست آید:

$$a_n = -5n + 34 \Rightarrow -56 = -5n + 34 \Rightarrow 5n = 34 + 56$$

$$\Rightarrow 5n = 90 \Rightarrow n = \frac{90}{5} = 18$$

**۲۵۹- گزینه ۲** جمله چهاردهم  $\frac{2}{3}$  است:  $a_1 + 13d = \frac{2}{3}$   
 $a_4 = \frac{1}{4} \Rightarrow a_1 + 3d = \frac{1}{4}$  جمله نهم  $\frac{1}{4}$  است:  
 دو معادله بالا را در یک دستگاه حل می‌کنیم تا  $a_1$  و  $d$  به دست آید:

$$\begin{cases} a_1 + 13d = \frac{2}{3} & \text{خودش} \\ a_1 + 3d = \frac{1}{4} & \times(-1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 + 13d = \frac{2}{3} \\ -a_1 - 3d = -\frac{1}{4} \end{cases} \oplus$$

$$\Delta d = \frac{2}{3} - \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \Delta d = \frac{8-3}{12} = \frac{5}{12} \Rightarrow d = \frac{\frac{5}{12}}{1} = \frac{5}{12}$$

را در معادله دوم قرار می‌دهیم:  $d = \frac{1}{12}$

$$a_1 + 3d = \frac{1}{4} \xrightarrow{d=\frac{1}{12}} a_1 + 3\left(\frac{1}{12}\right) = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow a_1 + \frac{3}{4} = \frac{1}{4} \Rightarrow a_1 = \frac{1}{4} - \frac{3}{4} = \frac{3-8}{4} = \frac{-5}{4}$$

با داشتن  $a_1 = \frac{-5}{4}$  و  $d = \frac{1}{12}$ ، جمله عمومی دنباله را می‌نویسیم:

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow a_n = \frac{-5}{4} + (n-1)\left(\frac{1}{12}\right)$$

$$\Rightarrow a_n = \frac{-5}{4} + \frac{n}{12} - \frac{1}{12} \Rightarrow a_n = \frac{n-6}{12}$$

برای این که ببینیم جمله چندم دنباله برابر صفر است جمله عمومی آن را مساوی صفر می‌گذاریم و  $n$  را به دست می‌آوریم:

$$a_n = 0 \Rightarrow \frac{n-6}{12} = 0 \Rightarrow n-6=0 \Rightarrow n=6$$

**۲۶۰- گزینه ۱** اول باید جمله عمومی دنباله  $2, 4, 6, 8, \dots$  را به دست آوریم. برای جمله عمومی نیاز به جمله اول و اختلاف مشترک داریم. جمله اول را داریم:  $a_1 = 2$  ولی  $d$  را باید حساب کنیم:

$$\Rightarrow d = 4 - 2 = 2$$

حالا با داشتن  $a_1 = 2$  و  $d = 2$ ، جمله عمومی دنباله را می‌نویسیم:

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow a_n = 2 + (n-1)(2)$$

$$\Rightarrow a_n = 2n \Rightarrow a_n = 2n$$

پس جمله  $n$ ام دنباله برابر با  $2n$  است. برای به دست آوردن جمله  $(n-1)$ ام، در جمله عمومی جای  $n$  با  $n-1$  قرار می‌دهیم:

$$a_n = 2n \Rightarrow a_{n-1} = 2(n-1) \Rightarrow a_{n-1} = 2n - 2$$

حالا دو جمله  $a_n$  و  $a_{n-1}$  را با هم جمع می‌کنیم:

$$a_n + a_{n-1} = 2n + (2n - 2) = 4n - 2$$

**۲۶۱- گزینه ۲** مجموع جمله دوم و ششم برابر با ۲۲ است. جمله دوم و ششم را بر حسب  $a_1$  و  $d$  می‌نویسیم:

$$a_2 + a_6 = 22$$

$$\Rightarrow a_1 + d + a_1 + 5d = 22 \Rightarrow 2a_1 + 6d = 22$$

مجموع جمله سوم و نهم  $30$  است، پس:

$$a_3 + a_9 = 30$$

$$\Rightarrow a_1 + 2d + a_1 + 8d = 30 \Rightarrow 2a_1 + 10d = 30$$

دو معادله به دست آمده را در یک دستگاه حل می‌کنیم تا  $d$  به دست آید:

$$\begin{cases} 2a_1 + 6d = 22 & \times(-1) \\ 2a_1 + 10d = 30 & \text{خودش} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2a_1 - 6d = -22 \\ 2a_1 + 10d = 30 \end{cases} \oplus$$

$$4d = 8 \Rightarrow d = 2$$

**۲۶۲- گزینه ۲** جمله دوم  $18$  است:  $a_2 = 18 \Rightarrow a_1 + d = 18$

مجموع جملات سوم و ششم  $26$  است:

$$a_3 + a_6 = 26$$

$$\Rightarrow a_1 + 2d + a_1 + 5d = 26 \Rightarrow 2a_1 + 7d = 26$$

دو معادله بالا را در یک دستگاه حل می‌کنیم تا  $a_1$  و  $d$  به دست آیند:

$$\begin{cases} a_1 + d = 18 & \times(-2) \\ 2a_1 + 7d = 26 & \text{خودش} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2a_1 - 2d = -36 \\ 2a_1 + 7d = 26 \end{cases} \oplus$$

$$5d = -10 \Rightarrow d = -2$$

حالا  $d = -2$  را در معادله اول قرار می‌دهیم تا  $a_1$  به دست آید:

$$a_1 + d = 18 \xrightarrow{d=-2} a_1 + (-2) = 18 \Rightarrow a_1 = 20$$

با داشتن  $a_1 = 20$  و  $d = -2$ ، جمله دهم را حساب می‌کنیم:

$$a_{10} = a_1 + 9d = 20 + 9(-2) = 20 + (-18) = 2$$

**۲۶۳- گزینه ۲**  $a_9 = 3a_{13}$  سه برابر  $a_{13}$  است، پس:

$$a_9 = 3a_{13}$$

$a_9$  و  $a_{13}$  را بر حسب  $a_1$  و  $d$  می‌نویسیم:

$$a_9 = 3a_{13} \Rightarrow a_1 + 8d = 3(a_1 + 12d)$$

$$\Rightarrow a_1 + 8d = 3a_1 + 36d \Rightarrow 3a_1 - a_1 + 36d - 8d = 0$$

$$\Rightarrow 2a_1 + 28d = 0$$

طرفین تساوی بالا را به  $2$  ساده می‌کنیم:

$$2a_1 + 28d = 0 \xrightarrow{+2} a_1 + 14d = 0$$

$a_1 + 14d$  باز شده  $a_{15}$  یعنی جمله پانزدهم است که برابر با صفر شده است.

**۲۶۴- گزینه ۱** دو برابر جمله هفتم (یعنی  $2a_7$ ) از جمله سوم (یعنی  $a_3$ )،  $7$  واحد بیشتر است، پس:

$$2a_7 = a_3 + 7$$

تساوی بالا را بر حسب  $a_1$  و  $d$  می‌نویسیم و ساده می‌کنیم:

$$2a_7 = a_3 + 7 \Rightarrow 2(a_1 + 6d) = a_1 + 2d + 7$$

$$\Rightarrow 2a_1 + 12d = a_1 + 2d + 7 \Rightarrow 2a_1 - a_1 + 12d - 2d = 7$$

$$\Rightarrow a_1 + 10d = 7$$

$a_{11} = 7$  باز شده  $a_{11}$  است، پس:

**۲۶۵- گزینه ۲** در حالت اول و قبل از این که بلایی سر دنباله بیاوریم، جمله هفتم برابر است با:

$$a_7 = a_1 + 6d$$





الان که ۳ واحد به اختلاف مشترک اضافه کردیم باید جای  $d$ ، عبارت  $d+3$  را قرار دهیم؛ پس جمله هفتم بعد از اضافه کردن ۳ واحد به اختلاف مشترک برابر است با:

$$a_7 = a_1 + 6(d+3) = \underbrace{a_1 + 6d}_{a_7 \text{ اولیه}} + 18$$

پس ۱۸ واحد به جمله هفتم اضافه می‌شود.

**۲۶۶- گزینه ۲** باید جمله عمومی دنباله  $5, 11, 17, \dots$  را به دست آوریم. جمله اول این دنباله  $a_1 = 5$  و اختلاف مشترک آن  $d = 11 - 5 = 6$  است. جمله عمومی آن را می‌نویسیم:

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow a_n = 5 + (n-1)(6)$$

$$\Rightarrow a_n = 5 + 6n - 6 \Rightarrow a_n = 6n - 1$$

اولین جمله بزرگ‌تر از ۱۰۰ این دنباله را می‌خواهیم؛ پس باید نامعادله زیر را حل کنیم:

$$a_n > 100 \Rightarrow 6n - 1 > 100$$

$$\Rightarrow 6n > 101 \Rightarrow n > \frac{101}{6} \Rightarrow n > 16 \frac{5}{6}$$

$n$  عدد طبیعی است و قرار است از  $16/8$  بزرگ‌تر باشد. اولین  $n$  با این شرط ۱۷ است. پس اولین جمله این دنباله که از ۱۰۰ بزرگ‌تر است جمله هفدهم آن یعنی  $a_{17}$  است.

**۲۶۷- گزینه ۳** مجموع جملات ششم و هفتم برابر ۳۱ است؛ پس:

$$a_6 + a_7 = 31 \Rightarrow a_1 + 5d + a_1 + 6d = 31 \Rightarrow 2a_1 + 11d = 31$$

مجموع جملات دوم تا چهارم ۱۵ است؛ پس:

$$a_2 + a_3 + a_4 = 15 \Rightarrow a_1 + d + a_1 + 2d + a_1 + 3d = 15 \Rightarrow 3a_1 + 6d = 15$$

در معادله دوم، دو طرف را بر ۳ تقسیم می‌کنیم:

$$3a_1 + 6d = 15 \xrightarrow{\div 3} a_1 + 2d = 5$$

حالا دو معادله  $a_1 + 2d = 5$  و  $2a_1 + 11d = 31$  را در یک دستگاه حل می‌کنیم:

$$\begin{cases} 2a_1 + 11d = 31 & \text{خودش} \\ a_1 + 2d = 5 & \times (-2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a_1 + 11d = 31 \\ -2a_1 - 4d = -10 \end{cases} \oplus$$

$$vd = 21 \Rightarrow d = \frac{21}{v} = 3$$

حالا  $d = 3$  را در معادله  $a_1 + 2d = 5$  قرار می‌دهیم تا  $a_1$  به دست آید:

$$a_1 + 2d = 5 \xrightarrow{d=3} a_1 + 2(3) = 5 \Rightarrow a_1 = -1$$

با داشتن  $a_1 = -1$  و  $d = 3$ ، جمله پنجم را به دست می‌آوریم:

$$a_5 = a_1 + 4d = -1 + 4(3) = -1 + 12 = 11$$

**۲۶۸- گزینه ۳** چون هر هفته ۱۸۷۵ گرم از وزن صفحه کم می‌شود، پس وزن این صفحه در هفته‌های متوالی تشکیل یک دنباله حسابی با اختلاف مشترک  $d = -1875$  می‌دهد.

جمله اول را  $a_1 = 12500$  می‌گیریم. چون بعد از شش هفته وزن آن را می‌خواهیم باید  $a_7$  را حساب کنیم.

$$a_7 = a_1 + 6d = 12500 + 6(-1875)$$

$$= 12500 - 11250 = 1250$$

**۲۶۹- گزینه ۲** عمق چاه‌ها به صورت زیر است:

$$30, \quad 29 \frac{4}{5}, \quad 29, \quad \dots, \quad 3 \frac{4}{5}$$

جمله اول و آخر و اختلاف مشترک را داریم و تعداد را می‌خواهیم. از فرمول زیر استفاده می‌کنیم:

$$1 + \frac{\text{اولی} - \text{آخری}}{d} = \text{تعداد}$$

$$= \frac{3/5 - 30}{-0/5} + 1 = \frac{-26/5}{-0/5} + 1 = \frac{26/5}{5} + 1 = \frac{26/5}{5} + 1 = 53 + 1 = 54$$

پس تعداد چاه‌ها، ۵۴ است.

**۲۷۰- گزینه ۲** تولیدات این کارگاه را می‌توانیم به صورت زیر نشان دهیم:

روز اول	روز دوم	روز سوم	...	روز $n$ ام
۱۶۰	۱۹۵	۲۳۰	...	۱۰۰۰

$\xrightarrow{+35}$        $\xrightarrow{+35}$

می‌بینید که اعداد بالا با هم تشکیل یک دنباله حسابی با جمله اول  $a_1 = 160$  و اختلاف مشترک  $d = 35$  می‌دهند. جمله عمومی آن را می‌نویسیم:

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow a_n = 160 + (n-1)(35)$$

$$\Rightarrow a_n = 160 + 35n - 35 \Rightarrow a_n = 35n + 125$$

حالا باید ببینیم جمله چندم این دنباله ۱۰۰۰ می‌شود. جمله عمومی را مساوی با ۱۰۰۰ قرار می‌دهیم و  $n$  را به دست می‌آوریم:

$$a_n = 1000 \Rightarrow 35n + 125 = 1000 \Rightarrow 35n = 1000 - 125$$

$$\Rightarrow 35n = 875 \Rightarrow n = \frac{875}{35} \Rightarrow n = 25$$

پس این کارگاه در روز ۲۵ام می‌تواند تولیدات خود را وارد بازار کند.

**۲۷۱- گزینه ۴** زمان‌هایی که این قطار در هر نوبت آزمایشی طی می‌کند، برحسب دقیقه می‌نویسیم:

نوبت اول	نوبت دوم	نوبت سوم	...	نوبت $n$ ام
۴ = ۲۴۰'	۲۳۵'	۲۳۰'	...	۱۲۰' = ۷۲۰۰'

$\xrightarrow{-5}$        $\xrightarrow{-5}$

اعداد بالا با هم تشکیل یک دنباله حسابی با جمله اول  $a_1 = 240$  و اختلاف مشترک  $d = -5$  می‌دهند. جمله عمومی را می‌نویسیم:

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow a_n = 240 + (n-1)(-5)$$

$$\Rightarrow a_n = 240 - 5n + 5 \Rightarrow a_n = -5n + 245$$

حالا باید دید جمله چندم برابر با ۱۲۰ دقیقه است. کافی است جمله عمومی را مساوی با ۱۲۰ قرار دهیم و  $n$  را به دست آوریم:

$$a_n = 120 \Rightarrow -5n + 245 = 120 \Rightarrow -5n = 120 - 245$$

$$\Rightarrow -5n = -125 \Rightarrow n = \frac{125}{5} = 25$$

**۲۷۲- گزینه ۴** دستمزد هفته اول برابر با  $750 (a_1 = 750)$  و هر هفته قرار است ۲۵ واحد به دستمزد وی اضافه شود، یعنی اختلاف مشترک  $d = 25$  است.

ما با یک دنباله حسابی روبه‌رو هستیم که جمله اولش  $a_1 = 750$  و اختلاف مشترکش  $d = 25$  است و می‌خواهیم ببینیم جمله چندم ۲۰۰۰ می‌شود. از جمله عمومی استفاده می‌کنیم و جای  $a_n$  عدد ۲۰۰۰ را قرار می‌دهیم و  $n$  را به دست می‌آوریم:

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow 2000 = 750 + (n-1)(25)$$

$$\Rightarrow 2000 = 750 + 25n - 25 \Rightarrow 2000 = 25n + 725$$

$$\Rightarrow 25n = 2000 - 725 \Rightarrow 25n = 1275 \Rightarrow n = \frac{1275}{25} = 51$$

پس بعد از ۵۱ هفته به دستمزد ثابت ۲۰۰۰ می‌رسد.

**۲۷۳- گزینه ۲** اول مالیات را از حقوق ماهیانه این کارمند بنده خدا کم کنیم. ۱۰ درصد  $2600000$  می‌شود  $260000$ . پس دریافتی بعد از کسر مالیات برابر است با:

$$2600000 - 260000 = 2340000$$



پس  $d$  برابر است با:  $d = 3a = 3(3) = 9$   
 بزرگ‌ترین این ۵ عدد، عدد  $a + 4d$  است که برابر است با:

$$a + 4d = 3 + 4(9) = 3 + 36 = 39$$

**۲۷۷- گزینه ۱** اختلاف مشترک را حساب می‌کنیم:

$$d = a_2 - a_1 = -\frac{3}{2} - (-2) = -\frac{3}{2} + 2 = -\frac{3}{2} + \frac{4}{2} = \frac{1}{2}$$

گفته بودیم رابطه بازگشتی دنباله حسابی به صورت  $a_n - a_{n-1} = d$

است، پس این‌جا با  $d = \frac{1}{2}$  رابطه بازگشتی به شکل  $a_n - a_{n-1} = \frac{1}{2}$  با شرط  $a_1 = -2$  درمی‌آید.

**۲۷۸- گزینه ۱** از رابطه بازگشتی  $a_n - a_{n-1} = 5$  می‌فهمیم که  $a_n$  یک دنباله حسابی با  $d = 5$  است.

با داشتن  $a_1 = -17$  و  $d = 5$ ، جمله چهاردهم را حساب می‌کنیم:

$$a_{14} = a_1 + 13d = -17 + 13(5) = -17 + 65 = 48$$

**۲۷۹- گزینه ۳** ① و ② را نمی‌توانیم به فرم  $a_{n+1} - a_n = d$  بنویسیم.

① به خاطر ضرب ۲ در  $a_n$  و ② به خاطر علامت مثبت پشت  $a_n$ .

② و ③ را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$\textcircled{2} \quad a_{n+1} - a_n = -1$$

$$\textcircled{3} \quad a_{n+1} - a_n = 2$$

در ② و ③ به ترتیب اختلاف مشترک برابر با  $-1$  و  $2$  است. شرط آن‌که دنباله حسابی افزایشی باشد آن است که  $d > 0$  باشد، پس فقط ③ یک دنباله حسابی افزایشی را نشان می‌دهد.

**۲۸۰- گزینه ۲** جمله اول دنباله  $a_n$  را حساب می‌کنیم:

$$a_n = 4n - 1 \xrightarrow{n=1} a_1 = 4(1) - 1 = 4 - 1 = 3$$

ضرب  $n$  در جمله عمومی همان اختلاف مشترک است، پس در دنباله  $a_n = 4n - 1$  اختلاف مشترک  $d = 4$  است.

رابطه بازگشتی دنباله حسابی به صورت  $a_n - a_{n-1} = d$  است، پس این‌جا به شکل  $a_n - a_{n-1} = 4$  درمی‌آید که می‌توانیم آن را به شکل  $a_n = a_{n-1} + 4$  بنویسیم. ضمناً جمله اول  $a_1 = 3$  به دست آمد.

**۲۸۱- گزینه ۲** دو جمله  $a_n$  و  $a_{n+1}$ ، دو جمله متوالی دنباله‌اند.

از رابطه بازگشتی  $a_{n+1} - a_n = -3$  می‌فهمیم که  $a_n$  یک دنباله حسابی با  $d = -3$  است.

جمله دهم را داریم. از روی آن جمله اول را حساب می‌کنیم:

$$a_{10} = a_1 + 9d \xrightarrow{\substack{a_{10}=20 \\ d=-3}} 20 = a_1 + 9(-3)$$

$$\Rightarrow 20 = a_1 - 27 \Rightarrow 20 + 27 = a_1 \Rightarrow a_1 = 47$$

حالا با داشتن  $a_1 = 47$  و  $d = -3$ ، مقدار  $a_{17}$  را به دست می‌آوریم:

$$a_{17} = a_1 + 16d = 47 + 16(-3) = 47 + (-48) = -1$$

**۲۸۲- گزینه ۱** گفتیم تفاضل دو جمله متوالی (شماره بزرگ‌تر منهای

شماره کوچک‌تر) در یک دنباله حسابی برابر با اختلاف مشترک است.

خب این‌جا هم دو جمله  $a_n$  و  $a_{n+1}$  متوالی‌اند، پس  $a_{n+1} - a_n$  همان اختلاف مشترک ( $d$ ) است:

$$a_{n+1} - a_n = 6 \Rightarrow d = 6$$

جمله پانزدهم دنباله حسابی از رابطه  $a_{15} = a_1 + 14d$  به دست می‌آید.

الان کافی است  $a_1 = -2$  و  $d = 6$  را در رابطه بالا جای‌گذاری کنیم:

$$a_{15} = a_1 + 14d = -2 + 14(6) = -2 + 84 = 82$$

فرض کنید این شخص روزانه  $X$  ساعت اضافه کار کند، پس در ماه ۳۰ روزه می‌شود  $30X$  ساعت. چون بابت هر ساعت اضافه‌کاری ۱۱۰۰۰ تومان می‌گیرد پس مجموع پولی که بابت اضافه‌کاری می‌گیرد  $30X \times 11000 = 330000X$  تومان است.

اگر روزانه  $X$  ساعت اضافه کار کند، مجموع پولی که با اضافه‌کاری و حقوق ثابتش می‌گیرد برابر است با:

$$2340000 + 330000X = 3000000$$

$$\Rightarrow 330000X = 660000 \Rightarrow X = 2$$

**۲۷۴- گزینه ۲** اختلاف مشترک دنباله حسابی  $\frac{1}{3}, 1, \frac{5}{3}, \dots$  را حساب

$$d = a_2 - a_1 = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

می‌کنیم:

جمله یازدهم این دنباله را به دست می‌آوریم:

$$a_{11} = a_1 + 10d = \frac{1}{3} + 10\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{1}{3} + \frac{20}{3} = \frac{21}{3} = 7$$

قرار است جمله اول با ۴، جمله دوم با ۵، جمله سوم با ۶ و ... جمع شوند؛ یعنی هر جمله با «شماره‌اش + ۳» جمع می‌شود، پس جمله یازدهم باید با  $11 + 3$  یعنی ۱۴ جمع شود.

جمله یازدهم دنباله جدید برابر است با:

$$7 + 14 = 21$$

**۲۷۵- گزینه ۲** عدد را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$a, a + d, a + 2d, a + 3d$$

مجموع عدد بزرگ‌تر و کوچک‌تر  $10$  است، پس:

$$a + (a + 3d) = 10 \Rightarrow 2a + 3d = 10$$

مجموع دو عدد بزرگ‌تر، ۹ برابر مجموع دو عدد کوچک‌تر است، پس:

$$(a + 2d) + (a + 3d) = 9(a + (a + d)) \Rightarrow 2a + 5d = 9(2a + d)$$

$$\Rightarrow 2a + 5d = 18a + 9d \Rightarrow -16a = 4d \xrightarrow{+4} d = -4a$$

حالا  $d = -4a$  را در معادله  $2a + 3d = 10$  جای‌گذاری می‌کنیم تا  $a$  یعنی کوچک‌ترین عدد به دست آید:

$$2a + 3d = 10 \xrightarrow{d=-4a} 2a + 3(-4a) = 10$$

$$\Rightarrow 2a - 12a = 10 \Rightarrow -10a = 10 \Rightarrow a = -1$$

**۲۷۶- گزینه ۲** عدد را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$a, a + d, a + 2d, a + 3d, a + 4d$$

مجموع این ۵ عدد برابر  $105$  است، پس:

$$a + (a + d) + (a + 2d) + (a + 3d) + (a + 4d) = 105 \Rightarrow 5a + 10d = 105$$

طرفین رابطه به دست آمده را می‌توانیم بر ۵ تقسیم کنیم:

$$\Rightarrow 5a + 10d = 105 \xrightarrow{+5} a + 2d = 21$$

جمع سه عدد بزرگ‌تر ۶ برابر جمع دو عدد کوچک‌تر است، پس:

$$(a + 2d) + (a + 3d) + (a + 4d) = 6(a + (a + d))$$

$$\Rightarrow 3a + 9d = 6(2a + d) \Rightarrow 3a + 9d = 12a + 6d$$

$$\Rightarrow 3d = 9a \xrightarrow{+3} d = 3a$$

الان دو معادله  $a + 2d = 21$  و  $d = 3a$  را داریم.  $d = 3a$  را در معادله اول جای‌گذاری می‌کنیم تا  $a$  به دست آید:

$$a + 2d = 21 \xrightarrow{d=3a} a + 2(3a) = 21 \Rightarrow a + 6a = 21$$

$$\Rightarrow 7a = 21 \Rightarrow a = \frac{21}{7} = 3$$

۲۸۳- گزینه ۲ جمله ششم، ۲ واحد از جمله هفتم بیشتر است، پس:

$$a_6 - a_7 = 2 \Rightarrow -d = 2 \Rightarrow d = -2$$

با داشتن  $a_7 = -7$  و  $d = -2$ ، جمله اول را حساب می‌کنیم:

$$a_7 = a_1 + 2d \Rightarrow -7 = a_1 + 2(-2) \Rightarrow -7 = a_1 - 4$$

$$\Rightarrow -7 + 4 = a_1 \Rightarrow a_1 = -3$$

رابطه بازگشتی دنباله حسابی به شکل  $a_n = a_{n-1} + d$  است، پس این‌جا

با  $d = -2$  به صورت  $a_n = a_{n-1} - 2$  درمی‌آید. البته باید  $a_1 = -3$  هم

قید شود.

۲۸۴- گزینه ۲ نقاط مربوط به نمودار دنباله حسابی روی یک خط قرار

دارند. فقط ۲ و ۴ این ویژگی را دارند.

حالا از بین این دو دنباله، دنباله حسابی کاهشی را باید انتخاب کنیم. نمودار

دنباله حسابی کاهشی روی یک خط با شیب منفی قرار دارد، پس جواب

۴ است.

۲۸۵- گزینه ۲ معادله خط را استاندارد می‌نویسیم:

$$y - 3x + 4 = 0 \Rightarrow y = 3x - 4$$

دنباله‌ای که نمودارش روی خط  $y = 3x - 4$  قرار دارد ضابطه‌اش به صورت

$a_n = 3n - 4$  است. جمله دهم این دنباله را حساب می‌کنیم:

$$a_n = 3n - 4 \xrightarrow{n=10} a_{10} = 3(10) - 4 = 30 - 4 = 26$$

۲۸۶- گزینه ۲ از دو نقطه مشخص شده روی نمودار می‌فهمیم که جمله

اول ۳ و جمله دوم ۵ است:  $a_1 = 3$  و  $a_2 = 5$

اختلاف مشترک دنباله را به دست می‌آوریم:  $d = a_2 - a_1 = 5 - 3 = 2$

حالا با داشتن  $a_1 = 3$  و  $d = 2$ ، جمله پنجم را حساب می‌کنیم:

$$a_5 = a_1 + 4d = 3 + 4(2) = 3 + 8 = 11$$

دوم