

# مجموعه، الگو و دنباله



## فصل اول



با درخت دانش، گام به گام پیشرفت خود را ارزیابی کنید.

**گام اول:** میزان تسلط خود را با رنگ مشخص کنید.

**آبی:** خیلی خوب، مسلط هستم

**سبز:** خوب، تسلط نسبی دارم

**زرد:** مسلط نیستم.

**گام‌های بعدی:** اگر در گام اول دانش خود را در حد رنگ زرد ارزیابی کردید اما در نوبت‌های بعدی پیشرفت کردید، می‌توانید خانه‌های سبز یا آبی را رنگ کنید. هرگاه به رنگ‌ها نگاه کنید متوجه می‌شوید در کدام قسمت‌ها نیاز به تمرین بیشتر دارید.

### مجموعه، الگو و دنباله

۱۶۰ تست شناسنامه‌دار، شامل:

۹۲ تست مرتبط و مشابه کتاب درسی

۴۹ تست از آزمون‌های کانون

۱۹ تست از کنکورهای سراسری

مؤلف درس، تست‌های تالیفی و تنظیم تست‌های این فصل: فرهادهای

◆ مجموعه‌های اعداد ◆

در سال‌های گذشته، با مجموعه‌های اعداد آشنا شدید. به مجموعه‌های زیر توجه کنید:

<p><b>R</b></p> <p><b>Q</b> مثال:</p> $\frac{1}{2}, \frac{-3}{2}, \frac{3}{14}, 0, \sqrt{3}, 1/\sqrt{6}$ <p><b>Z</b></p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> <p style="text-align: center;"><b>W</b></p> <p style="text-align: center;">..., -2, -1, 0, 1, 2, ...</p> <p style="text-align: center; margin-top: 5px;"><b>N</b></p> </div>	<p><b>Q'</b> مثال:</p> $\sqrt{3}, \sqrt[3]{2}, \pi, \frac{5}{\pi}$ <p>..., 0/10100100010000100001...</p>	<p><b>N</b> = {1, 2, 3, 4, ...} : مجموعه‌ی اعداد طبیعی</p> <p><b>W</b> = {0, 1, 2, 3, ...} : مجموعه‌ی اعداد حسابی</p> <p><b>Z</b> = {..., -2, -1, 0, 1, 2, ...} : مجموعه‌ی اعداد صحیح</p> <p><b>Q</b> = <math>\left\{ \frac{a}{b} \mid a, b \in Z, b \neq 0 \right\}</math> : مجموعه‌ی اعداد گویا</p> <p><b>Q'</b> : مجموعه‌ی اعداد گنگ</p> <p><b>R</b> = <math>Q \cup Q'</math> : مجموعه‌ی اعداد حقیقی</p>
---	--	---

تذکر ◀ در نمودار ون بالا، این مجموعه‌ها و رابطه‌ی بین آنها مشخص شده‌اند. با توجه به نمودار دیده می‌شود که:

(1) $N \subset W \subset Z \subset Q \subset R$	(2) $W - N = \{0\}$
(3) $R - Q = Q'$	(4) $Q \cap Q' = \emptyset$

تذکر ◀ هر عدد اعشاری که تعداد ارقام اعشار آن بی‌شمار باشد و متناوب نباشد، گنگ است. اگر نمایش اعشاری عدد، مختوم یا متناوب باشد، آنگاه گویاست.  
 0/22022002200022... (گنگ)      0/2333... (گویا)

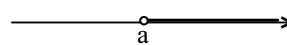
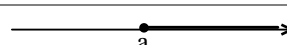
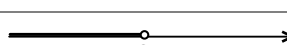

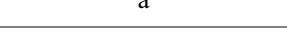
تذکر ◀ مجموعه‌ی عددهای طبیعی فرد را به صورت  $O = \{2k - 1 \mid k \in N\}$  و مجموعه‌ی عددهای طبیعی زوج را به صورت  $E = \{2k \mid k \in N\}$  نمایش می‌دهیم. همچنین مجموعه‌ی اعداد حسابی را می‌توانیم به صورت  $W = \{k - 1 \mid k \in N\}$  نمایش دهیم.

◆ بازه‌ها ◆

هرگاه  $a$  و  $b$  دو عدد حقیقی و  $a < b$ ، آنگاه مجموعه‌ی اعداد حقیقی بین  $a$  و  $b$  (خود  $a$  و  $b$  را شامل نمی‌شود) را به صورت  $(a, b)$  نمایش داده و آن را **بازه‌ی باز** از  $a$  تا  $b$  می‌نامیم. بازه‌هایی که شامل هر دو نقطه‌ی انتهایی هستند، بسته‌اند و با نماد  $[a, b]$  نمایش داده می‌شوند. بازه‌هایی که فقط شامل یک نقطه‌ی انتهایی هستند، نیم‌بازند و با نمادهای  $(a, b]$  یا  $[a, b)$  نمایش داده می‌شوند. به جدول زیر توجه کنید.

نوع بازه	بازه	نمایش مجموعه‌ای	نمایش هندسی
باز	$(a, b)$	$\{x \in R \mid a < x < b\}$	
بسته	$[a, b]$	$\{x \in R \mid a \leq x \leq b\}$	
نیم باز	$[a, b)$	$\{x \in R \mid a \leq x < b\}$	
نیم باز	$(a, b]$	$\{x \in R \mid a < x \leq b\}$	

نوع دیگر بازه‌ها، بازه‌هایی با نمایش هندسی نیم‌خط‌هایی روی محور اعداد حقیقی یا خود خط حقیقی هستند. برای نمایش مجموعه‌ی  $\{x \in R \mid x > a\}$  از نماد  $(a, +\infty)$  استفاده می‌کنیم، توجه کنید که علامت  $+\infty$  در انتهای بازه، نشان‌دهنده‌ی یک عدد حقیقی نیست، به همین ترتیب نماد  $-\infty$  در ابتدای بازه‌ی  $(-\infty, a)$ ، به جدول زیر توجه کنید.

نوع بازه	بازه	نمایش مجموعه‌ای	نمایش هندسی
باز	$(a, +\infty)$	$\{x \in R \mid x > a\}$	
نیم باز	$[a, +\infty)$	$\{x \in R \mid x \geq a\}$	
باز	$(-\infty, a)$	$\{x \in R \mid x < a\}$	
نیم باز	$(-\infty, a]$	$\{x \in R \mid x \leq a\}$	
باز	$(-\infty, +\infty)$	<b>R</b>	

■ مثال: همگی عبارت‌های زیر برای بازه‌ی  $(-7, 11)$  درست هستند.

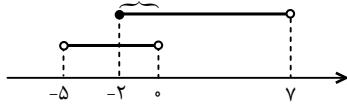
- (۱)  $-7 \notin (-7, 11)$  (۲)  $5 \in (-7, 11)$  (۳)  $11 \in (-7, 11)$   
 (۴)  $\{0, 3\} \subset (-7, 11)$  (۵)  $\{12, 5\} \subset (-7, 11)$  (۶)  $(-7, 11) \subset (-7, 11)$

تذکر ◀  $R - \{a\}$  را می‌توانیم به صورت اجتماع دو بازه‌ی  $(a, +\infty)$  و  $(-\infty, a)$  یعنی به صورت  $(-\infty, a) \cup (a, +\infty)$  نمایش دهیم. به عنوان مثال  $R - \{5\}$  برابر  $(-\infty, 5) \cup (5, +\infty)$  است.

تذکر ◀ مجموعه‌ی  $R - (a, b)$  به صورت  $(-\infty, a] \cup (b, +\infty)$  نیز نمایش داده می‌شود. به عنوان مثال  $R - (-1, 2)$  برابر  $(-\infty, -1] \cup (2, +\infty)$  است.

■ مثال: فاصله‌ی  $(-2, 7) \cap (-5, 0)$  را با رسم بازه‌های آنها روی محور به دست آورید.

◀ حل: نمایش هندسی هر یک از بازه‌ها را روی یک محور رسم می‌کنیم، دیده می‌شود که اشتراک بازه‌ها، بازه‌ی  $(-2, 0)$  است.



تذکر ◀ اگر  $a$  و  $b$  دو عدد حقیقی و  $a < b$  باشد، آنگاه  $(a, b) \subset [a, b) \subset [a, b]$  است. به طریق مشابه،  $(a, b) \subset (a, b] \subset [a, b]$ .

### ◆ مجموعه‌های متناهی و نامتناهی ◆

تعریف: مجموعه‌هایی که تعداد اعضای آنها یک عدد حسابی باشد را مجموعه‌ی متناهی می‌نامند، اگر تعداد اعضای یک مجموعه را نتوان با یک عدد بیان کرد، مجموعه را نامتناهی می‌نامند. در مجموعه‌های نامتناهی، تعداد اعضای مجموعه از هر عددی که در نظر بگیریم بزرگ‌تر است.

■ مثال: مجموعه‌ی اعداد طبیعی زوج سه رقمی، مجموعه‌ی اعداد اول بین  $100$  تا  $10^5$ ، مجموعه‌ی مقسوم‌علیه‌های طبیعی عدد  $36$ ، همگی مجموعه‌هایی متناهی هستند.

■ مثال: بازه‌ی  $(1, 2)$ ، مجموعه‌ای نامتناهی است، زیرا هر قدر وقت صرف کنیم نمی‌توانیم همگی اعضای آن را بشماریم.

■ مثال: مجموعه‌ی خطوطی که از نقطه‌ی  $(0, 1)$  عبور می‌کنند مجموعه‌ای نامتناهی است، زیرا بی‌شمار خط داریم که از نقطه‌ی  $(0, 1)$  عبور می‌کنند.  
 تذکر ◀ مجموعه‌های  $N, W, Z, Q, Q'$  و  $R$  همگی نامتناهی هستند.

تذکر ◀ در بحث متناهی بودن یک مجموعه، بزرگی آن مجموعه اهمیت ندارد، نکته‌ی اساسی آن است که اگر وقت به اندازه‌ی کافی داشته باشیم، بتوانیم اعضای مجموعه را بشماریم.

■ مثال: مجموعه‌ی موش‌های کره‌ی زمین، یک مجموعه‌ی متناهی است، با اینکه تعداد آنها را نمی‌دانیم؛ پس ندانستن تعداد اعضای یک مجموعه، دلیلی بر نامتناهی بودن آن مجموعه نیست.

تذکر ◀ مجموعه‌ی تهی، مجموعه‌ای متناهی در نظر گرفته می‌شود.

تذکر ◀ اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه‌ی نامتناهی باشند، در مورد نامتناهی بودن مجموعه‌های  $A \cap B$  و  $A - B$  نمی‌توان نظر قطعی داد، یعنی ممکن است متناهی یا نامتناهی باشند.

■ مثال: مجموعه‌ی اعداد صحیح نامثبت و مجموعه‌ی اعداد حسابی هر دو نامتناهی‌اند ولی اشتراک آنها مجموعه‌ی  $\{0\}$  است که مجموعه‌ای متناهی است. همچنین داریم: مجموعه‌ای نامتناهی:  $R - Q$  و مجموعه‌ای متناهی:  $W - N = \{0\}$  و  $Z - W =$  مجموعه‌ای نامتناهی

تذکر ◀ اگر مجموعه‌ی  $A$ ، یک زیرمجموعه‌ی نامتناهی داشته باشد، آنگاه  $A$ ، مجموعه‌ای نامتناهی است.

اگر مجموعه‌ی  $A$ ، مجموعه‌ای متناهی باشد، هر زیرمجموعه‌ای از آن هم متناهی است.

■ مثال: اگر  $B = \{x \in R \mid x > 2\}$  باشد، آنگاه  $B$ ، مجموعه‌ای نامتناهی است.

■ مثال: اگر  $A = \{x \in Z \mid 1 < x < 10\}$  باشد، آنگاه  $A$ ، مجموعه‌ای متناهی است.

### مجموعه‌های اعداد

۱- کدام گزینه‌ی زیر نادرست است؟

$$(1) N \subset Z \subset Q \subset R \quad (2) (Q \cap N) \subset Z \quad (3) Z \cap N = N \quad (4) R - Z = Q$$

(کتاب درسی - صفحه‌ی ۲ - مرتبط با پاراگراف ۲)

۲- کدام گزینه‌ی زیر درست است؟

$$(1) Q \subset (R \cap Z) \quad (2) (Z \cup Q) \subset W \quad (3) (Q \cap W) \subset Z \quad (4) (R \cap Q) \subset Q'$$

(کتاب درسی - صفحه‌ی ۲ - مرتبط با پاراگراف ۲)

۳- کدام مجموعه‌ی زیر، اعداد صحیح غیر حسابی را نمایش می‌دهد؟

$$(1) W \cap Z \quad (2) W - Z \quad (3) Z - W \quad (4) Q - Z$$

(کتاب درسی - صفحه‌ی ۲ - کار در کلاس - مشابه تمرین ۱)

۴- کدام مجموعه‌ی زیر، مجموعه‌ی اعداد طبیعی را نمایش نمی‌دهد؟

$$(1) W - (W - N) \quad (2) N - Q' \quad (3) (W \cap Z) - \{0\} \quad (4) W \cup N$$

(کتاب درسی - صفحه‌ی ۲ - کار در کلاس - مرتبط با تمرین ۱)

۵- کدام مجموعه‌ی زیر، تهی نیست؟

(کتاب درسی - صفحه‌ی ۲ - کار در کلاس - مرتبط با تمرین ۱)

$$Z \cap (R - Q) \quad (۴) \quad N \cap (Q - Z) \quad (۳) \quad N \cap (Z - W) \quad (۲) \quad W \cap (Z - N) \quad (۱)$$

بازه‌ها

(کتاب درسی - صفحه‌ی ۵ - کار در کلاس - مشابه تمرین ۲)

۶- کدام گزینه‌ی زیر درست نیست؟

$$\{3, 5\} \neq (3, 5) \quad (۴) \quad \{-2, 1\} \subset [-3, 0) \quad (۳) \quad \emptyset \subset (-15, 1] \quad (۲) \quad [-1, 2) \subset [-1, 2] \quad (۱)$$

(کتاب درسی - صفحه‌ی ۵ - کار در کلاس - مشابه تمرین ۲)

۷- کدام گزینه‌ی زیر درست نیست؟

$$3 \in \mathbb{R} - (2, 3) \quad (۴) \quad 2 \notin \mathbb{R} - (2, 3] \quad (۳) \quad \frac{-5}{2} \notin \left( \frac{-5}{2}, 2 \right] \quad (۲) \quad 0 \in (-3, 0] \quad (۱)$$

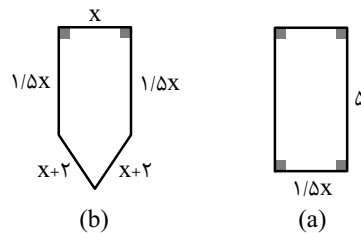
۸- اگر عدد حقیقی  $m$  متعلق به بازه‌ی  $(1, 5)$  باشد، آنگاه عدد  $2m+1$  در کدام بازه قرار می‌گیرد؟

(کتاب درسی - صفحه‌ی ۳ - مرتبط با پاراکراف ۲)

$$(1, 5) \quad (۱) \quad (3, 5) \quad (۳) \quad (3, 11) \quad (۲) \quad (1, 11) \quad (۴)$$

(کتاب درسی - صفحه‌ی ۳ - مرتبط با پاراکراف ۲)

۹- مجموعه مقادیر  $x$ ، کدام بازه‌ی زیر باشد تا محیط شکل (a) از محیط شکل (b) بیشتر باشد؟



$$(-\infty, 2) \quad (۱) \\ (2, 4) \quad (۲) \\ (0, 2) \quad (۳) \\ (0, 1) \quad (۴)$$

(کتاب درسی - صفحه‌ی ۵ - کار در کلاس - مشابه تمرین ۳)

۱۰- خلاصه‌شده‌ی فاصله‌ی  $[2, 4] \cup [4, 7)$ ، کدام بازه‌ی زیر است؟

$$[2, 7) \quad (۱) \quad [4, 7) \quad (۳) \quad [2, 4] \quad (۲) \quad [2, 7] \quad (۴)$$

(کتاب درسی - صفحه‌ی ۵ - کار در کلاس - مشابه تمرین ۳)

۱۱- نمایش مجموعه‌ی  $D = \{x \mid x \leq 0 \cap x \geq -1\}$ ، کدام بازه‌ی زیر است؟

$$[-1, 0] \quad (۱) \quad (-\infty, 0) \quad (۳) \quad [-1, +\infty) \quad (۲) \quad [-1, 0) \quad (۴)$$

۱۲- اگر  $A = \{x \mid x \in \mathbb{R}, -2 \leq x < 2\}$  و  $B = \{x \mid x \in \mathbb{R}, x > -1\}$  باشد، آن‌گاه مجموعه‌ی  $A \cap B$  شامل چند عدد صحیح می‌باشد؟

(آزمون کانون - ۲۶ اردیبهشت ۹۲)

$$\text{صفر} \quad (۱) \quad ۱ \quad (۲) \quad ۲ \quad (۳) \quad ۴ \quad (۴)$$

۱۳- اگر نمایش مجموعه‌های  $A$  و  $B$  به صورت بازه‌های  $A = [-1, 2)$  و  $B = (-3, a]$  و مجموعه‌ی  $A \cap B$  غیر تهی باشد، آنگاه مجموعه‌ی

(آزمون کانون - ۱۰ بهمن ۹۳)

تمام مقادیر ممکن برای  $a$ ، کدام است؟

$$\{a \mid a \geq -1\} \quad (۱) \quad \{a \mid -1 \leq a < 2\} \quad (۲) \quad \{a \mid a < -3\} \quad (۳) \quad \{a \mid -2 < a < -1\} \quad (۴)$$

(آزمون کانون - ۹۱)

۱۴- اگر  $A = [-6, 12]$  و  $B = \{x \mid x \in \mathbb{R}, 2x \in A\}$  و  $C = \{x \mid x \in \mathbb{R}, 3x \in B\}$ ، آن‌گاه:

$$A \cap B = C \quad (۱) \quad A \cap C = B \quad (۲) \quad B \cap C = B \quad (۳) \quad B \cap C = C \quad (۴)$$

(آزمون کانون - ۲۱ آذر ۹۳)

۱۵- اگر  $A = [-3, 4)$  و  $B = \{x \in \mathbb{R} \mid (-x) \in A\}$ ، آنگاه مجموعه‌ی  $A - B$  کدام بازه‌ی زیر است؟

$$(3, 4) \quad (۱) \quad (-4, -3) \quad (۲) \quad (-3, 3) \quad (۳) \quad (-4, 4) \quad (۴)$$

۱۶- در کدام بازه‌ی زیر، نامعادله‌ی  $5x < 7$  برقرار است ولی نامعادله‌ی  $5 - 3x \leq 7$  برقرار نیست؟

(کتاب درسی - صفحه‌ی ۵ - کار در کلاس - مرتبط با تمرین ۳)

$$\left(-\infty, \frac{7}{5}\right) \quad (۱) \quad \left(-\infty, \frac{-2}{3}\right) \quad (۳) \quad \left(\frac{-2}{3}, \frac{7}{5}\right) \quad (۲) \quad \left(-\infty, \frac{7}{3}\right) \quad (۴)$$

(کتاب درسی - صفحه‌ی ۵ - کار در کلاس - مرتبط با تمرین ۳)

۱۷- اگر  $A = [-1, 2]$  و  $B = (0, 3]$ ، آنگاه کدام مجموعه‌ی زیر، بازه‌ی  $(2, 3]$  است؟

$$A \cup B \quad (۱) \quad B - A \quad (۲) \quad B \cap A \quad (۳) \quad A - B \quad (۴)$$

(آزمون کانون - ۶ آذر ۹۴)

۱۸- کدام یک از اعداد زیر متعلق به مجموعه‌ی  $[-3, 4] - [2, 5) \cap (-\infty, 3)$  است؟

$$۱ \quad (۴) \quad ۴ \quad (۳) \quad ۳ \quad (۲) \quad ۲ \quad (۱)$$

۱۹- اگر  $A = \{x \mid x \in \mathbb{R}, 2x - 1 \geq \frac{1}{4}\}$ ،  $B = \{x \mid x \in \mathbb{R}, 4x - \frac{3}{4} < 5\}$  و  $C = \{x \mid x \in \mathbb{W}, x - 4 \leq 0\}$  باشند، حاصل  $(A \cap B) - C$  کدام

(آزمون کانون - ۹۲)

است؟

$$\mathbb{R} - \{0, \pm 1, \pm 2\} \quad (۴) \quad \mathbb{R} - \{1\} \quad (۳) \quad \left[\frac{1}{4}, \frac{13}{8}\right) \quad (۲) \quad \left[\frac{1}{4}, \frac{13}{8}\right) - \{1\} \quad (۱)$$

۲۰- اگر  $A = \{x \in \mathbb{R} : x > 1\}$  و  $B = \{x \in \mathbb{R} : x \leq 4\}$ ، آنگاه مجموعه  $(A - B) \cup (B - A)$  برابر کدام گزینه است؟

(کتاب درسی - صفحه ۵ - کار در کلاس - مرتبط با تمرین ۳)

- (۱)  $\mathbb{R} - (1, 4]$  (۲)  $\mathbb{R} - [1, 4)$  (۳)  $\mathbb{R} - [1, 4]$  (۴)  $\mathbb{R} - (1, 4)$

### مجموعه‌های متناهی و نامتناهی

۲۱- کدام مجموعه‌ی زیر متناهی است؟

- (۱) مجموعه‌ی اعداد صحیح نابیشتر از ۱-  
(۳) مجموعه‌ی اعداد صحیح ۱۷ رقمی

(کتاب درسی - صفحه ۶ - کار در کلاس - مشابه تمرین ۱)

(۲) مجموعه‌ی اعداد اعشاری بین  $0/4$  و  $0/7$

(۴) مجموعه‌ی اعداد صحیح مکعب کامل و کوچکتر از ۱۰۰۰

۲۲- کدام مجموعه‌ی زیر متناهی نیست؟

- (۱) مجموعه‌ی اعداد اول زوج  
(۳) مجموعه‌ی تمام خطوط گذرنده از مبدأ مختصات

(کتاب درسی - صفحه ۶ - کار در کلاس - مشابه تمرین ۱)

(۲) مجموعه‌ی گره‌های کره‌ی زمین

(۴) مجموعه‌ی اعداد طبیعی سه رقمی مضرب ۴

۲۳- کدام مجموعه‌ی زیر نامتناهی نیست؟

- (۱) مجموعه‌ی خطوط مماس بر یک دایره  
(۳) بازه‌ی  $(0, 4)$

(کتاب درسی - صفحه ۶ - کار در کلاس - مشابه تمرین ۱)

(۲) مجموعه‌ی اعداد گویای بین دو عدد گویا

(۴) مجموعه‌ی اعداد حقیقی مثبت که با معکوس خود برابرند.

۲۴- کدام یک از مجموعه‌های زیر متناهی است؟ ( $\mathbb{N}$  مجموعه‌ی اعداد طبیعی می‌باشد).

- (۱)  $A_1 = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x^2 > 25\}$   
(۳)  $A_3 = \{x \in \mathbb{N} \mid x > 9, x < 100\}$   
(۲)  $A_2 = \{x \mid x \text{ عدد اول بزرگ‌تر از } 1000\}$   
(۴)  $A_4 = \{x \mid x \text{ عدد حقیقی کوچک‌تر از } 100\}$

(آزمون کانون - ۷ آذر ۹۳)

۲۵- کدام یک از مجموعه‌های زیر متناهی است؟

- (۱)  $\{x \in \mathbb{N} \mid x^2 < 10000\}$  (۲)  $\{x \in \mathbb{Q} \mid \frac{1}{2} < x < 1\}$  (۳)  $\{x \in \mathbb{N} \mid x > 53\}$  (۴)  $\{x \in \mathbb{Z} \mid -x \in \mathbb{N}\}$

(آزمون کانون - ۵ دی ۹۳)

۲۶- کدام یک از مجموعه‌های زیر، مجموعه‌ای متناهی را نشان می‌دهد؟

- (۱)  $A = \{x^2 \mid x \in \mathbb{R}, x \leq 5\}$   
(۳)  $C = \{x^3 \mid x \in \mathbb{N}, x \leq 10\}$   
(۲)  $B = \{2x \mid x \in \mathbb{N}, 1 - x < 3\}$   
(۴)  $D = \{1 - x \mid x \in \mathbb{Z}, x < 4\}$

(آزمون کانون - ۲۳ آذر ۹۲)

۲۷- اگر  $A$  مجموعه‌ی اعداد طبیعی فرد و  $B$  مجموعه‌ی اعداد اول باشند، کدام مجموعه متناهی و غیر تهی است؟ (سراسری انسانی خارج از کشور - ۹۱)

- (۱)  $A - B$  (۲)  $B - A$  (۳)  $A \cap B$  (۴)  $A - (A \cup B)$

(سراسری انسانی خارج از کشور - ۹۲)

۲۸- اگر  $A$  مجموعه‌ای نامتناهی و  $B$  مجموعه‌ای متناهی باشد، کدام مجموعه نامتناهی است؟

- (۱)  $A \cap B$  (۲)  $B - A$  (۳)  $A - B$  (۴)  $(A - B) - A$

(آزمون کانون - ۹۰)

۲۹- اگر  $A$  مجموعه‌ای متناهی و  $B$  مجموعه‌ای نامتناهی باشد، در این صورت:

- (۱)  $A \cup B$  نامتناهی است. (۲)  $A \cap B$  نامتناهی است. (۳)  $A - B$  نامتناهی است. (۴)  $B - A$  متناهی است.

(آزمون کانون - ۲۱ آذر ۹۳)

۳۰- اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه نامتناهی باشند، کدام یک از گزینه‌های زیر درباره‌ی این دو مجموعه نادرست است؟

- (۱) مجموعه‌ی  $A \cap B$  ممکن است نامتناهی باشد.  
(۲) مجموعه‌ی  $A \cup B$  لزوماً نامتناهی است.  
(۳) مجموعه‌ی  $A \cap B$  ممکن است متناهی باشد.  
(۴) مجموعه‌ی  $A - B$  لزوماً نامتناهی است.

(کتاب درسی - صفحه ۷ - مرتبط با تمرین ۶)

۳۱- کدام گزینه در حالت کلی درست نیست؟

- (۱) اگر مجموعه‌ای دارای یک زیرمجموعه نامتناهی باشد، آنگاه نامتناهی است.  
(۲) اگر مجموعه‌ای متناهی باشد، هر زیرمجموعه‌ای از آن هم متناهی است.  
(۳) اشتراک دو مجموعه نامتناهی، مجموعه‌ای نامتناهی است.  
(۴) اگر حداقل یکی از دو مجموعه نامتناهی باشد، اجتماع آنها مجموعه‌ای نامتناهی است.

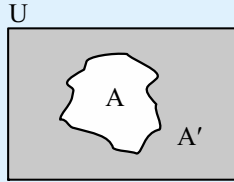
(کتاب درسی - صفحه ۶ - کار در کلاس - مرتبط با تمرین ۴)

۳۲- اگر  $A \subset B$  و  $A$ ، مجموعه‌ای نامتناهی باشد، آنگاه مجموعه‌ی  $B - A$  چگونه است؟

- (۱) متناهی است.  
(۲) نامتناهی است.  
(۳) ممکن است متناهی یا نامتناهی باشد.  
(۴) تهی است.

◆ مجموعه ی مرجع ◆

**مجموعه ی مرجع:** به طور کلی، در هر بحث، مجموعه ای که همه ی مجموعه های مورد بحث، زیرمجموعه ی آن باشند را مجموعه ی مرجع یا مجموعه ی جهانی می نامیم و با  $M$  یا  $U$  نمایش می دهیم. به مجموعه ی مرجع، مجموعه ی اصلی یا عام نیز گفته می شود.  
**متمم یک مجموعه:** هرگاه  $U$  مجموعه ی مرجع و  $A \subset U$  باشد، آنگاه مجموعه ی  $U - A$  را متمم  $A$  می نامیم و آن را با نماد  $A'$  (یا  $A^C$ ) نمایش می دهیم. به عبارت دیگر  $A'$  شامل همه ی عضوایی از  $U$  است که در  $A$  نیستند.

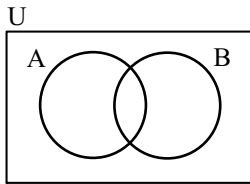


■ **مثال:** اگر  $U = \{a, b, c, d, e\}$  مجموعه ی مرجع و  $A = \{a, c, e\}$  باشد، از آنجایی که  $b$  و  $d$  متعلق به مجموعه ی  $A$  نیستند، پس  $A' = \{b, d\}$

■ **مثال:** اگر  $W$  را به عنوان مجموعه ی مرجع در نظر بگیریم، آنگاه متمم مجموعه ی اعداد طبیعی یعنی  $N'$ ، مجموعه ی  $\{0\}$  است.  
 تذکر ◀ با توجه به تعریف،  $U' = \emptyset$  و  $\emptyset' = U$ .  
 تذکر ◀ اگر  $U$  مجموعه ی مرجع و  $A \subset U$  باشد، آنگاه:

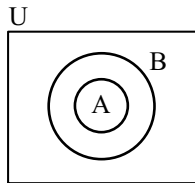
(۱) $U - A = A'$	(۲) $A \cap A' = \emptyset$
(۳) $A - A' = A$	(۴) $A \cup A' = U$

قوانین متمم مجموعه: اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه از مجموعه ی مرجع  $U$  باشند، آنگاه قوانین زیر برقرارند:



(۱) $(A')' = A$	(۵) $A \subset (A \cup B)$
(۲) $(A \cap B)' = A' \cup B'$	(۶) $(A \cap B) \subset A$
(۳) $(A \cup B)' = A' \cap B'$	(۷) $(A - B) \cap (B - A) = \emptyset$
(۴) $A - B = A \cap B'$	

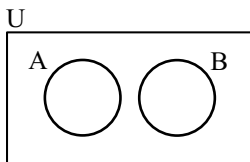
تذکر ◀ اگر  $A \subset B$  باشد، آنگاه:



(۱) $B' \subset A'$
(۲) $A - B = \emptyset$
(۳) $A \cap B = A$
(۴) $A \cup B = B$

◆ تعداد عضوهای اجتماع دو مجموعه ◆

۱ دو مجموعه ی جدا از هم: اگر اشتراک دو مجموعه تهی باشد، آنگاه دو مجموعه را جدا از هم یا مجزا می نامند. بنابراین در دو مجموعه ی جدا از هم خواهیم داشت:



(۱) $(A \cap B) = \emptyset$	(۴) $A \subset B'$
(۲) $A - B = A$	(۵) $B \subset A'$
(۳) $B - A = B$	

تذکر ◀ دو مجموعه ی  $A - B$  و  $B - A$  همواره جدا از هم اند.

۲ **تعداد عضوهای اجتماع دو مجموعه:** فرض کنید  $A$  و  $B$  دو زیرمجموعه ی دلخواه متناهی از مجموعه ی مرجع متناهی  $U$  هستند. اگر  $n(A)$  و  $n(B)$  به ترتیب تعداد اعضای مجموعه های  $A$  و  $B$  باشند، آنگاه تعداد اعضای اجتماع دو مجموعه را با  $n(A \cup B)$  نمایش می دهیم و خواهیم داشت:

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
---

در این فرمول،  $n(A \cap B)$  تعداد اعضای اشتراک دو مجموعه است.

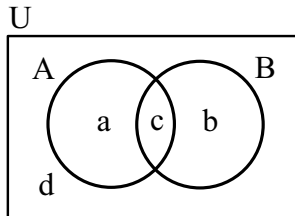
تذکر ◀ اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه ی جدا از هم باشند، آنگاه  $n(A \cap B) = 0$  و در نتیجه  $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$ .

■ **مثال:** در یک کلاس ۳۰ نفری، ۱۵ نفر فوتبال و ۱۰ نفر والیبال بازی می‌کنند و ۵ نفر، هم فوتبال و هم والیبال بازی می‌کنند. چند نفر در این کلاس، فوتبال یا والیبال بازی می‌کنند؟

◀ **حل:** اگر مجموعه  $A$  را دانش‌آموزان فوتبالیست و مجموعه  $B$  را دانش‌آموزان والیبالیست در نظر بگیریم، آنگاه:

$$n(A) = 15 \text{ و } n(B) = 10 \text{ و } n(A \cap B) = 5 \Rightarrow n(A \cup B) = 15 + 10 - 5 = 20 \text{ نفر}$$

تذکر ◀ در مسائل این بخش، با استفاده از نمودار ون و کامل کردن آن، می‌توان مجهول خواسته شده را یافت. تعداد اعضای مجموعه‌های این نمودار با چهار عدد ثابت  $a$ ،  $b$ ،  $c$  و  $d$  کامل می‌شود. که در آن:



تعداد تمامی عضوهایی که شامل هر دو مجموعه  $A$  و  $B$  هستند.  $c =$

تعداد عضوهای مجموعه  $A$   $a + c =$

تعداد عضوهای مجموعه  $B$   $b + c =$

تعداد عضوهایی که شامل مجموعه  $A$  یا  $B$  هستند.  $a + c + b =$

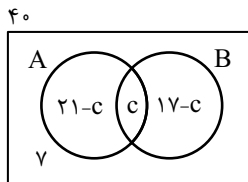
تعداد عضوهایی که فقط شامل مجموعه  $A$  هستند.  $a =$

تعداد عضوهایی که فقط شامل مجموعه  $B$  هستند.  $b =$

تعداد عضوهایی که شامل مجموعه  $A$  یا  $B$  نیستند.  $d =$

برای رسم نمودار ون (یافتن اعداد  $a$ ،  $b$ ،  $c$  و  $d$ )، از  $c$  شروع می‌کنیم. (اگر  $c$  معلوم باشد، آن را قرار می‌دهیم و اگر مجهول باشد، برحسب مجهول  $c$  قرار می‌دهیم)، سپس مقادیر  $a$  و  $b$  و در انتها  $d$  را یافته و جدول را کامل می‌کنیم.

■ **مثال:** در یک کلاس ۴۰ نفری، ۱۷ نفر عضو گروه سرود، ۲۱ نفر عضو گروه تئاتر و ۷ نفر عضو هیچ گروهی نیستند. چند نفر از دانش‌آموزان این کلاس، عضو هر دو گروه هستند؟ چند نفر فقط عضو گروه سرود هستند؟



◀ **حل:** نمودار ون را رسم می‌کنیم. تعداد دانش‌آموزانی که عضو هر دو گروه هستند را  $c$  در نظر می‌گیریم که مجهول است، پس مسأله را با  $c$  ادامه می‌دهیم؛ بنابراین نمودار به صورت مقابل است.

$$40 = (21 - c) + c + (17 - c) + 7$$

$$\Rightarrow 40 = 45 - c \Rightarrow c = 5$$

پس ۵ نفر عضو هر دو گروه هستند. تعداد نفراتی که فقط عضو گروه سرود هستند  $17 - 5 = 12$  نفرند.

### مجموعه مرجع

۳۳- اگر  $Z$  را به عنوان مجموعه مرجع در نظر بگیریم، آنگاه  $N'$  کدام مجموعه زیر است؟ (کتاب درسی - صفحه ۹ - کار در کلاس - مشابه تمرین ۵)

(۱) مجموعه اعداد حسابی

(۲) مجموعه اعداد صحیح نامنفی

(۳) مجموعه اعداد صحیح نامثبت

(۴) مجموعه اعداد صحیح مثبت

۳۴- مجموعه  $U$ ، مجموعه مرجع و  $A \subset U$ ، کدام مجموعه با  $A$  برابر است؟ (کتاب درسی - صفحه ۹ - کار در کلاس - مرتبط با تمرین ۴)

(۱)  $A' \cup U$

(۲)  $(A \cup \emptyset) \cup U$

(۳)  $(A \cap \emptyset) \cup A'$

(۴)  $(A' \cap \emptyset) \cup A$

۳۵- مجموعه‌های  $A$  و  $B$  در مجموعه مرجع  $U$  داده شده‌اند. اگر  $A \subset B$  باشد، آنگاه:

(کتاب درسی - صفحه ۱۲ - کار در کلاس - مرتبط با تمرین ۳)

(۱)  $A = B$

(۲)  $A \in B$

(۳)  $A' \subset B'$

(۴)  $B' \subset A'$

۳۶- اگر  $N$  مجموعه مرجع و  $A \subset N$  باشد، آنگاه کدام گزینه همواره درست است؟

(کتاب درسی - صفحه ۱۲ - مرتبط با تمرین ۲)

(۱) اگر  $A$  نامتناهی باشد، آنگاه  $A'$  نامتناهی است.

(۲) اگر  $A$  نامتناهی باشد، آنگاه  $A'$  متناهی است.

(۳) اگر  $A$  متناهی باشد، آنگاه  $A'$  نامتناهی است.

(۴) اگر  $A$  متناهی باشد، آنگاه  $A'$  متناهی است.

۳۷- اگر  $A \subset B$  و  $U$  مجموعه مرجع آن‌ها باشد، کدام گزینه صحیح است؟ (کتاب درسی - صفحه ۹ - کار در کلاس - مرتبط با تمرین ۶)

(۱)  $A' \cup B' = U$

(۲)  $A \cup B = U$

(۳)  $A' \cup B = U$

(۴)  $A \cap B = B$

۳۸- اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه دلخواه باشند، مجموعه  $A' - B$  برابر کدام مجموعه زیر است؟

(کتاب درسی - صفحه ۹ - کار در کلاس - مرتبط با تمرین ۶)

(۱)  $A - B'$

(۲)  $A \cap B'$

(۳)  $A' \cap B$

(۴)  $B' - A$

۳۹- اگر  $U = \{3, 4, 5, 6, 7\}$ ،  $A = \{4, 5\}$  و  $B = \{5, 6\}$ ، آنگاه مجموعه  $A' \cap B'$  چند عضو دارد؟

(کتاب درسی - صفحه ۹ - کار در کلاس - مشابه تمرین ۶)

(۱) ۲ عضو

(۲) ۳ عضو

(۳) ۱ عضو

(۴) تهی است.

۴۰- اگر  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ،  $A = \{4, 5, 6\}$  و  $B' = \{1, 2, 3, 4\}$ ، آنگاه مجموعه‌ی  $A - B$  چند عضو دارد؟

(کتاب درسی - صفحه‌ی ۹ - کار در کلاس - مشابه تمرین ۶)

- (۱) ۱ عضو      (۲) ۲ عضو      (۳) ۳ عضو      (۴) ۴ عضو

۴۱- اگر مجموعه‌ی مرجع، مجموعه‌ی اعداد طبیعی و  $A = \{n \in \mathbb{N} | n > 7\}$  و  $B = \{5, 6, 8\}$ ، آنگاه مجموعه‌ی  $A' \cup B$ ، یک مجموعه‌ی ..... است.

(کتاب درسی - صفحه‌ی ۹ - کار در کلاس - مرتبط با تمرین ۶)

- (۱) ۶ عضو      (۲) ۷ عضو      (۳) ۸ عضو      (۴) ۹ عضو

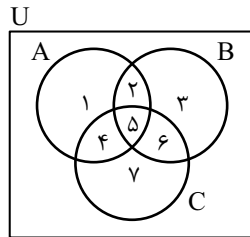
۴۲- اگر مجموعه‌ی مرجع، مجموعه‌ی اعداد صحیح باشد،  $A' = \{5, 6, 7, 8\}$  و  $B' = \{7, 8, 9, 10\}$  باشد، آنگاه مجموعه‌ی  $(A \cup B)'$  چندعضوی است؟

(کتاب درسی - صفحه‌ی ۹ - کار در کلاس - مرتبط با تمرین ۶)

- (۱) ۲ عضو      (۲) ۵ عضو      (۳) ۷ عضو      (۴) ۸ عضو

(کتاب درسی - صفحه‌ی ۹ - کار در کلاس - مرتبط با تمرین ۶)

۴۳- در شکل زیر حاصل  $(A \cap B') \cup (B \cap C)$  کدام است؟



- (۱)  $\{1, 6\}$   
 (۲)  $\{1, 5, 6\}$   
 (۳)  $\{1, 4, 5, 6\}$   
 (۴)  $\{1, 2, 4, 5, 6\}$

۴۴- اگر  $A \cap B = \{a, b, c, d\}$  و  $A \cap C = \{b, c, e, f\}$ ، آنگاه  $A - (B - C)'$  کدام است؟

(کتاب درسی - صفحه‌ی ۹ - کار در کلاس - مرتبط با تمرین ۶)

- (۱)  $\{a, c, e, f\}$       (۲)  $\{a, d\}$       (۳)  $\{e, f\}$       (۴)  $\{b, d\}$

تعداد عضوهای اجتماع دو مجموعه

۴۵- اگر  $E - F = E$  باشد، چه رابطه‌ای بین دو مجموعه‌ی ناتهی  $E$  و  $F$ ، همواره برقرار است؟

(آزمون کانون - ۲۲ آذر ۹۲)

- (۱)  $E \subset F$       (۲)  $F \subset E$       (۳)  $E = F$       (۴) دو مجموعه‌ی جدا از هم هستند

۴۶- اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه‌ی جدا از هم باشند و  $U$  مجموعه‌ی مرجع آن‌ها باشد، آنگاه کدام گزینه نادرست است؟

(کتاب درسی - صفحه‌ی ۱۰ - فعالیت - مرتبط با تمرین ۱)

- (۱)  $A \subset B'$       (۲)  $A \cap B' = A$       (۳)  $A \cup B' = B$       (۴)  $A \cap B = \emptyset$

۴۷- اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه‌ی جدا از هم و  $U$  مجموعه‌ی مرجع باشد، در صورتی که  $n(A) = 4$  و  $n(B) = 9$ ، آنگاه  $n(A \cup B)$  کدام است؟

(کتاب درسی - صفحه‌ی ۱۰ - فعالیت - مرتبط با تمرین ۲)

- (۱) ۱۳      (۲) ۵      (۳) ۳۶      (۴) ۹

۴۸- اگر  $A$  و  $B$  دو زیرمجموعه از مجموعه‌ی مرجع  $U$  و  $n(A) = 14$  و  $n(A') = 10$  و  $n(B') = 8$  باشند، آنگاه  $n(B)$  کدام است؟

(کتاب درسی - صفحه‌ی ۱۳ - مشابه تمرین ۴)

- (۱) ۱۶      (۲) ۸      (۳) ۹      (۴) ۷

۴۹- اگر در یک گروه، ۲۰ نفر چای، ۱۲ نفر قهوه و ۵ نفر هم چای و هم قهوه نوشیده باشند، چند نفر در این گروه، چای یا قهوه یا هر دو را نوشیده‌اند؟

(آزمون کانون - ۸۹)

- (۱) ۲۵      (۲) ۲۷      (۳) ۳۷      (۴) ۲۰

۵۰- در یک کلاس درس، ۱۹ نفر به تاریخ و ۱۴ نفر به جغرافی علاقه‌مندند و ۶ نفر به هر دو درس و ۵ نفر به هیچ‌کدام از این دو درس علاقه‌ای ندارند، این کلاس چند دانش‌آموز دارد؟

(کتاب درسی - صفحه‌ی ۱۳ - مرتبط با تمرین ۵)

- (۱) ۳۰      (۲) ۳۲      (۳) ۲۷      (۴) ۳۸

۵۱- اگر  $A$  و  $B$  دو زیرمجموعه از مجموعه‌ی مرجع  $U$  باشند و  $n(A) = 14$  و  $n(A \cup B) = 25$ ،  $A \cap B \neq \emptyset$ ، تعداد اعضای مجموعه‌ی  $A \cap B$  حداکثر چقدر است؟

(کتاب درسی - صفحه‌ی ۱۳ - مرتبط با تمرین ۳)

- (۱) ۱۱      (۲) ۱۲      (۳) ۱۳      (۴) ۱۴



۵۲- در یک گروه ۴۰ نفره دانش آموزی، ۲۵ نفر زبان انگلیسی، ۳۲ نفر زبان عربی و ۶ نفر هیچ کدام از این دو زبان را نمی خوانند. چه تعداد از دانش آموزان هر دو زبان را می خوانند؟

(کتاب درسی - صفحه ۱۲ - کار در کلاس - مشابه تمرین ۲)

۲۲ (۱) ۲۳ (۲) ۲۱ (۳) ۲۰ (۴)

۵۳- دهکده ای ۲۰۰ کشاورز دارد که هر کدام یا گندم می کارند یا جو و یا هر دو. در صورتی که ۱۹۰ نفر گندم و ۱۴۰ نفر جو بکارند، چند نفر فقط گندم می کارند؟

(کتاب درسی - صفحه ۱۳ - مشابه تمرین ۵)

۶۰ (۱) ۱۰ (۲) ۱۳۰ (۳) ۱۱۰ (۴) نفر

۵۴- اگر  $n(A) = 18$  و  $n(A \cap B) = 15$  باشد، مقدار  $n(A \cap B')$  کدام است؟ (A و B زیرمجموعه ای از U هستند).

(کتاب درسی - صفحه ۱۳ - مشابه تمرین ۴)

۳ (۱) ۵ (۲) ۷ (۳) ۹ (۴)

۵۵- اگر A و B دو مجموعه ای جدا از هم باشند به طوری که مجموعه  $B - A$ ، ۸ عضو و مجموعه  $B \cup A$ ، ۱۰ عضو داشته باشد، آنگاه مجموعه A چند عضو دارد؟

(آزمون کانون - ۱۲ مهر ۹۲)

۴ (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۵ (۴)

۵۶- مجموعه A، ۱۰ عضوی و مجموعه B، ۵ عضوی است. اگر مجموعه  $A - (A \cap B)$ ، ۷ عضوی باشد، مجموعه  $A \cup B$  چند عضو دارد؟

(آزمون کانون - ۹ آبان ۹۳)

۷ (۱) ۱۲ (۲) ۱۳ (۳) ۱۵ (۴)

۵۷- اگر A و B، دو مجموعه و  $n(A - B) = 12$  و  $n(B - A) = 14$  و  $n(A \cup B) = 31$  باشند، آنگاه  $n(A)$  کدام است؟

(کتاب درسی - صفحه ۱۳ - مرتبط با تمرین ۴)

۱۷ (۱) ۱۹ (۲) ۲۱ (۳) ۲۳ (۴)

۵۸- اجتماع دو مجموعه A و B دارای ۴۰ عضو است. مجموعه های  $(A - B)$  و  $(B - A)$  به ترتیب ۱۲ و ۱۸ عضو دارند. اگر از هر یک از مجموعه های A و B، ۹ عضو برداشته شود، از مجموعه ای اشتراک آنها ۴ عضو کم می شود. تعداد عضوهای اجتماع دو مجموعه ای جدید کدام است؟

(سراسری انسانی - ۹۴)

۲۲ (۱) ۲۳ (۲) ۲۴ (۳) ۲۶ (۴)

۵۹- مجموعه A دارای ۳۶ عضو و مجموعه B دارای ۲۸ عضو است. اشتراک آنها ۱۵ عضو دارد. اگر ۱۶ عضو از مجموعه A حذف شود، از اشتراک آنها ۹ عضو حذف می شود، تعداد عضوهای اجتماع مجموعه ای جدید با مجموعه B، کدام است؟

(سراسری انسانی خارج از کشور - ۹۴)

۴۰ (۱) ۴۱ (۲) ۴۲ (۳) ۴۵ (۴)

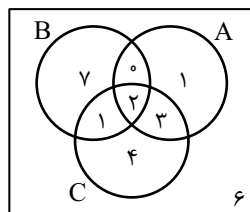
۶۰- احمد و اکبر دانش آموزان یک مدرسه اند و هر کدام دوستانی در مدرسه دارند. تعداد دانش آموزان مدرسه ۱۴۲ نفر و ۹۴ نفر از آنان نه دوست احمد هستند و نه دوست اکبر. اگر تعداد دوستان مشترک احمد و اکبر ۴ نفر باشند و احمد ۲۳ دوست داشته باشد، اکبر چند دوست دارد؟

(کتاب درسی - صفحه ۱۳ - مرتبط با تمرین ۶)

۱۹ (۱) ۴۸ (۲) ۲۹ (۳) ۲۷ (۴)

۶۱- یک باشگاه ورزشی دارای سه وسیله ای A (دارت)، B (تنیس روی میز) و C (بیلیارد) است. نمودار زیر، تعداد اعضای این باشگاه را نمایش می دهد. چند نفر در این باشگاه از تنیس روی میز یا بیلیارد استفاده می کنند؟

(کتاب درسی - صفحه ۱۳ - مرتبط با تمرین ۴)



۱۴ (۱)

۱۷ (۲)

۱۵ (۳)

۱۲ (۴)

۶۲- در یک بررسی آماری در استفاده از گرامافون، نوار کاست و CD از ۹۰ نفر این نتایج به دست آمده است: ۱۲ نفر فقط از گرامافون و ۱۵ نفر فقط از نوار کاست و ۲۳ نفر فقط از CD، ۱۴ نفر از گرامافون و نوار کاست، ۱۹ نفر از نوار کاست و CD و ۱۸ نفر از گرامافون و CD و ۷ نفر از هیچ کدام استفاده نمی کنند. چند نفر از هر سه تا استفاده می کنند؟

(کتاب درسی - صفحه ۱۲ - کار در کلاس - مرتبط با تمرین ۲)

۹ (۱) ۱۰ (۲) ۸ (۳) ۱۱ (۴)

## ۳. الگو و دنباله

الگو  
الگوی خطی  
الگوهای غیر خطی

## ◆ الگو ◆

الگو یک ساختار منظم از اشکال، تصاویر، صداها، نمادها، وقایع و یا اعداد است که ممکن است تکرارشونده یا رشدکننده یا ترکیبی از این دو باشد. یافتن یک مدل یا الگوی ریاضی برای پدیده‌ها، طرح‌های هندسی یا آزمایش‌های متوالی، نیاز به سازماندهی و تنظیم اطلاعات دارد. استفاده از جدول در پیدا کردن یک مدل ریاضی کمک می‌نماید. در این سازماندهی، شکل‌ها را با شماره‌های ۱، ۲، ۳، ... و  $n$  و مقدار آنها را با  $a_1$ ،  $a_2$ ،  $a_3$ ، ... و  $a_n$  نمایش می‌دهیم.  $a_n$  را جمله‌ی  $n$ ام یا جمله‌ی عمومی الگو می‌نامیم و به‌وسیله‌ی آن می‌توانیم کلیه‌ی جملات الگو را پیدا کنیم. **راهنمای حل:** برای یافتن یک مدل ریاضی برای طرح داده شده، باید رابطه‌ی بین شماره‌ی هر مرحله (اندیس جمله) و مقدار آن (مقدار جمله) بیابیم که این رابطه در تمامی مراحل (شکل‌ها) ثابت است. این رابطه جمله‌ی عمومی الگو است.

■ **مثال:** جدول زیر، رابطه‌ی بین شماره‌ی هر جمله و مقدار آن را نمایش می‌دهد. جمله‌ی پنجم و جمله‌ی عمومی این الگو را بیابید. آیا جمله‌ای وجود دارد که مقدار آن، ۱۸۱ باشد؟

شماره‌ی جمله	۱	۲	۳	۴	...
مقدار جمله	۴	۷	۱۰	۱۳	...

◀ **حل:**

$$\begin{array}{cccc} a_1 & & a_2 & & a_3 & & a_4 \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ 4 = 1 \times 3 + 1 & & 7 = 2 \times 3 + 1 & & 10 = 3 \times 3 + 1 & & 13 = 4 \times 3 + 1 \end{array}$$

می‌بینیم که با اضافه شدن عدد ۳ به هر جمله، جمله‌ی بعدی به‌دست می‌آید. پس جمله‌ی پنجم  $16 = 13 + 3$  است. برای یافتن جمله‌ی عمومی، با توجه به الگوی بالا داریم:

$$(جمله‌ی عمومی) \Rightarrow a_n = 3n + 1 \Rightarrow +1 (\text{شماره‌ی جمله}) = 3 = \text{مقدار هر جمله}$$

برای آنکه ببینیم آیا جمله‌ای وجود دارد که مقدار آن ۱۸۱ باشد، کافی است معادله‌ی  $a_n = 181$  را حل کنیم.

$$181 = 3n + 1 \Rightarrow 3n = 180 \Rightarrow n = 60$$

پس جمله‌ی شصتم این الگو، برابر ۱۸۱ است.

## ◆ الگوی خطی ◆

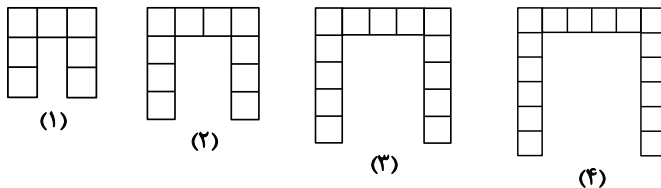
اگر جمله‌ی عمومی یک الگو به‌صورت  $t_n = an + b$  باشد ( $a$  و  $b$  اعداد حقیقی دلخواه ثابت)، آن الگو را خطی می‌نامیم. در الگوی خطی، میزان تغییر جملات متوالی برابر ضریب  $n$ ، یعنی عدد  $a$  است. به عبارت دیگر یک الگوی خطی، نقاطی به مختصات  $(n, t_n)$  بر روی خط  $y = ax + b$  هستند. در این حالت، میزان تغییر جملات، به ازای تغییرات  $n$ ، شیب خط، یعنی عدد  $a$  است.

■ **مثال:** آیا اعداد ...، ۱۷، ۱۲، ۷، ۲، یک الگوی خطی را نمایش می‌دهند؟

$$7 - 2 = 12 - 7 = 17 - 12 = 5$$

◀ **حل:** اختلاف هر دو جمله متوالی، مقدار ثابت ۵ است، پس الگوی داده شده خطی است.

■ **مثال:** مطابق الگوی زیر، چند مربع در مرحله‌ی پانزدهم خواهیم داشت؟



◀ **حل:** ابتدا داده‌ها را سازماندهی می‌کنیم.

مرحله	۱	۲	۳	۴	...
مقدار جمله (تعداد مربع‌ها)	۷	۱۰	۱۳	۱۶	...
اختلاف جملات		۳	۳	۳	

چون اختلاف جملات متوالی، عدد ۳ است، الگو خطی است و در آن  $a = 3$  جمله‌ی اول ۷ است، پس  $b = 4$  و جمله‌ی عمومی به صورت زیر است:

$$t_n = 3n + 4$$

در مرحله‌ی پانزدهم  $t_{15} = 3 \times 15 + 4 = 49$  است، پس در مرحله‌ی پانزدهم، ۴۹ مربع داریم.

## ◆ الگوهای غیرخطی ◆

الگوهایی وجود دارند که خطی نیستند، یعنی اختلاف هر دو جمله متوالی آنها، مقدار ثابتی نیست. معروف‌ترین این الگوها، الگوهای مربعی، مثلثی و الگوهای درجه‌ی دوم هستند.

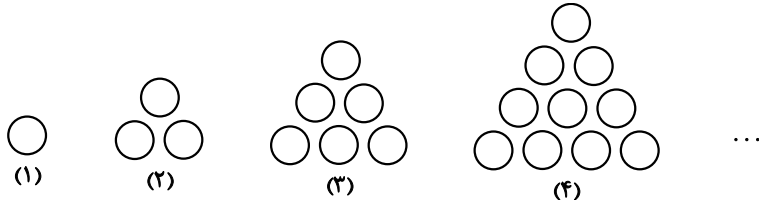
■ **مثال:** در جدول مقابل، مطابق الگوی داده شده، جمله‌ی ششم را بیابید.  
 ◀ **حل:** با کمی دقت می‌بینیم که مقدار هر جمله، مربع شماره‌ی همان جمله است، یعنی:

شماره‌ی جمله	۱	۲	۳	۴	...
مقدار جمله	۱	۴	۹	۱۶	...

الگوی مربعی  $a_n = n^2 \Rightarrow a_n$  (شماره‌ی جمله) = مقدار هر جمله

بنابراین در جمله‌ی ششم، مقدار جمله،  $6^2 = 36$  است.

■ **مثال:** برای الگوی زیر، یک مدل ریاضی ارائه دهید. شکل هفتم از چند دایره تشکیل شده است؟



◀ **حل:** جملات این الگو را به‌صورت زیر تنظیم می‌کنیم.

مرحله	۱	۲	۳	۴	...	$n$
تعداد دایره‌ها	۱	۱+۲	۱+۲+۳	۱+۲+۳+۴	...	$1+2+3+\dots+n$

بنابراین:

$$\Rightarrow a_n = 1+2+3+\dots+n$$

پس در شکل هفتم  $a_7 = 1+2+3+4+5+6+7$ ، بنابراین  $a_7 = 28$ .

تذکر ▶ هر الگویی که هر جمله‌ی آن، مساوی مجموع شماره‌ی همان جمله و اعداد طبیعی قبل از آن باشد را یک الگوی مثلثی می‌نامیم و جمله‌ی عمومی آن را به‌صورت زیر نمایش می‌دهیم:

$$a_n = 1+2+3+\dots+n = \frac{n(n+1)}{2}$$

تذکر ▶ هر الگو با مدل ریاضی  $t_n = an^2 + bn + c$  را یک الگوی درجه‌ی دوم می‌نامیم. در الگوهای درجه‌ی دوم، اختلاف جملات متوالی، خود یک الگوی خطی را تشکیل می‌دهند.

■ **مثال:** آیا الگوی ...، ۲۰، ۱۲، ۶، ۲، ۰، یک الگوی درجه‌ی دوم را می‌دهد؟

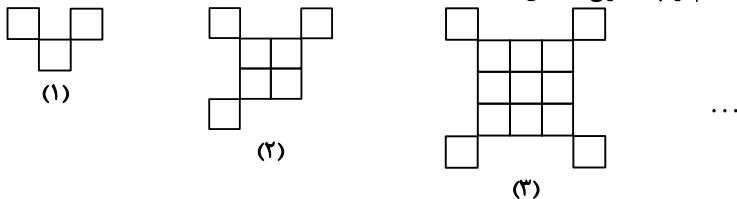
◀ **حل:** چون اختلاف جملات، خود یک الگوی خطی را تشکیل می‌دهند، پس الگوی داده شده، مربوط به یک الگوی درجه‌ی دوم است.

$$0, 2, 6, 12, 20, \dots$$

$$2, 4, 6, 8, \dots$$

$$2, 2, 2$$

■ **مثال:** برای شکل زیر، یک الگوی ریاضی ارائه دهید. شکل ششم از چند مربع تشکیل شده است؟



◀ **حل:** با کمی دقت می‌بینیم که تعداد مربع‌ها در وسط، مربع شماره‌ی جمله و در گوشه‌ها، یک واحد از شماره‌ی جمله بیشتر است، لذا:

مرحله	۱	۲	۳	...	$n$
تعداد مربع‌ها	$1^2 + 2$	$2^2 + 3$	$3^2 + 4$	...	$n^2 + n + 1$

لذا جمله‌ی عمومی الگو  $a_n = n^2 + n + 1$  است و در شکل ششم  $a_6 = 6^2 + 6 + 1 = 43$  مربع داریم.

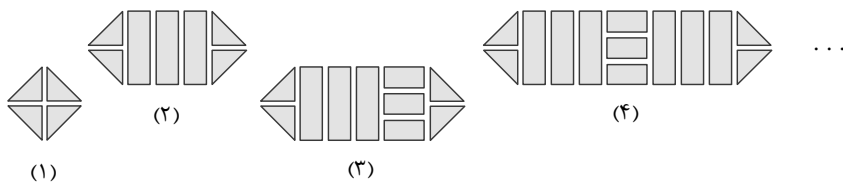
### الگوی خطی

۶۳- در شکل مقابل تعداد نقطه‌ها در طرح هفتم کدام است؟

(۱)	(۲)	(۳)	(۴)	...	۲۶ (۲)	۲۵ (۱)
(۱)	(۲)	(۳)	(۴)	...	۳۷ (۴)	۳۴ (۳)

(کتاب درسی - صفحه‌ی ۱۵ - فعالیت - مشابه تمرین ۱)

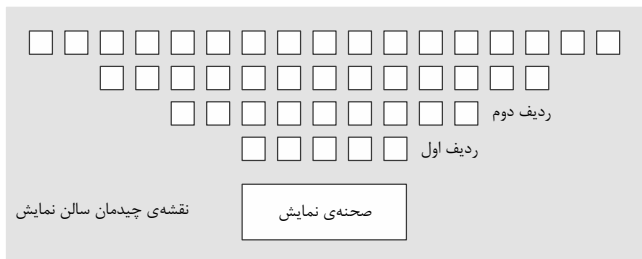
(کتاب درسی - صفحه ی ۱۵ - فعالیت - مشابه تمرین ۱)



۶۴- در شکل مقابل، تعداد قطعه‌ها در طرح دهم برابر است با:

- ۳۱ (۱)
- ۳۷ (۲)
- ۴۱ (۳)
- ۴۷ (۴)

(کتاب درسی - صفحه ی ۱۵ - فعالیت - مشابه تمرین ۱)



۶۵- شکل زیر، یک سالن تئاتر را نمایش می‌دهد. با توجه به شکل، در ردیف دهم چند صندلی داریم؟

- ۲۷ (۱)
- ۳۶ (۲)
- ۴۱ (۳)
- ۵۰ (۴)

۶۶- شکل زیر، چوب‌کبریت‌های استفاده شده در هر مرحله ی طرح را نمایش می‌دهد. در کدام مرحله ی طرح، تعداد چوب‌کبریت‌های استفاده شده ۲۴۵ خواهد بود؟

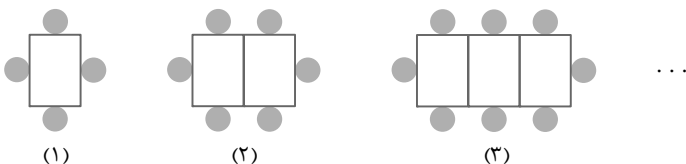
(کتاب درسی - صفحه ی ۱۵ - فعالیت - مشابه تمرین ۱)



- ۴۸ (۲)
- ۴۴ (۴)
- ۳۸ (۱)
- ۳۴ (۳)

۶۷- در شکل زیر، مدلی از میز و صندلی‌ها رسم شده است، فرمول مناسب برای تعداد صندلی‌ها در هر مرحله کدام است؟

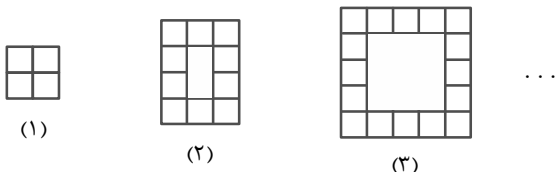
(کتاب درسی - صفحه ی ۱۵ - فعالیت - مشابه تمرین ۱)



- $a_n = n + 3$  (۱)
- $a_n = 2n + 2$  (۲)
- $a_n = 4n^2$  (۳)
- $a_n = 4n + 2$  (۴)

(کتاب درسی - صفحه ی ۱۷ - کار در کلاس - مشابه تمرین ۱)

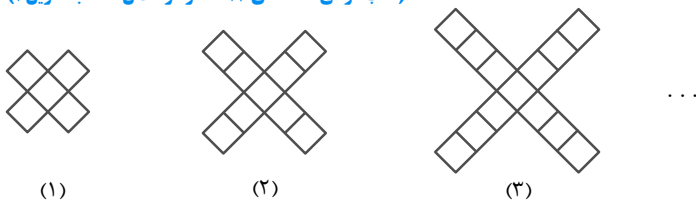
۶۸- با توجه به شکل زیر، در پایان دور هفتم چند مربع کوچک خواهیم داشت؟



- ۴۰ (۱)
- ۳۶ (۲)
- ۶۴ (۳)
- ۵۰ (۴)

۶۹- برای ساختن حرف X الگوی زیر را داریم. با توجه به این الگو، دهمین شکل، دارای چند مربع است؟

(کتاب درسی - صفحه ی ۱۷ - کار در کلاس - مشابه تمرین ۱)

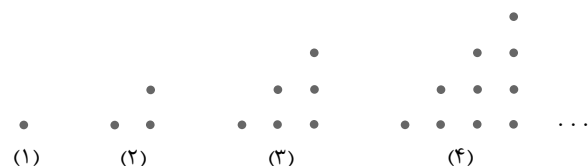


- ۳۹ (۱)
- ۴۰ (۲)
- ۴۱ (۳)
- ۴۲ (۴)

الگوهای غیرخطی

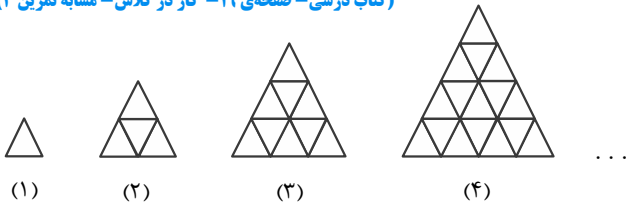
(کتاب درسی - صفحه ی ۱۹ - کار در کلاس - مشابه تمرین ۴)

۷۰- در طرح مقابل، تعداد نقطه‌ها در مرحله ی هشتم، چند تا است؟



- ۳۶ (۱)
- ۴۴ (۲)
- ۵۸ (۳)
- ۲۹ (۴)

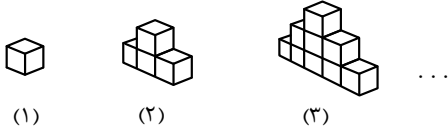
(کتاب درسی - صفحه ۱۹ - کار در کلاس - مشابه تمرین ۴)



۷۱- مطابق شکل مقابل، در طرح هفتم، چند مثلث کوچک داریم؟

- ۲۷ (۱)
- ۳۵ (۲)
- ۴۹ (۳)
- ۳۶ (۴)

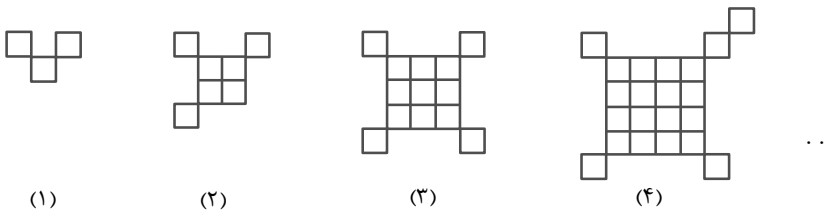
(کتاب درسی - صفحه ۱۹ - کار در کلاس - مشابه تمرین ۴)



۷۲- با توجه به الگوی مقابل، در طرح ششم چند مکعب داریم؟

- ۳۸ (۲)
- ۲۴ (۱)
- ۲۶ (۴)
- ۳۶ (۳)

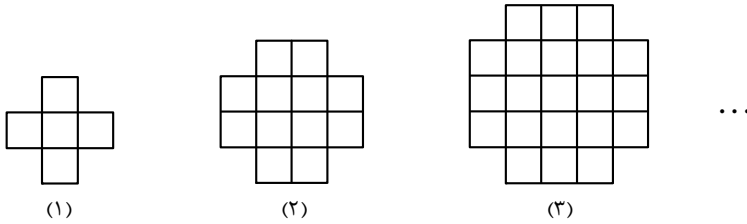
(کتاب درسی - صفحه ۲۰ - مرتبط با تمرین ۲)



۷۳- در الگوی مقابل، شکل شماره ۹ چند مربع کوچک دارد؟

- ۹۱ (۱)
- ۸۷ (۲)
- ۸۳ (۳)
- ۷۹ (۴)

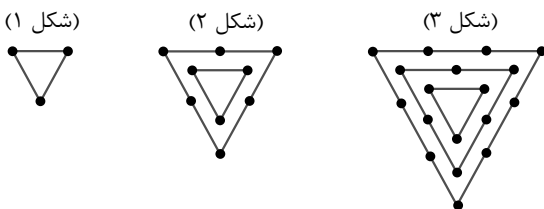
(کتاب درسی - صفحه ۱۸ - مشابه فعالیت تمرین ۴)



۷۴- در الگوی مقابل، شکل ششم از چند مربع کوچک تشکیل شده است؟

- ۶۴ (۱)
- ۶۰ (۲)
- ۵۶ (۳)
- ۵۴ (۴)

(کتاب درسی - صفحه ۱۹ - کار در کلاس - مشابه تمرین ۴)



۷۵- با توجه به الگوی زیر، شکل ششم از چند نقطه تشکیل شده است؟

- ۳۲ (۱)
- ۴۳ (۲)
- ۵۳ (۳)
- ۶۳ (۴)

۷۶- درخت نسبت‌های خویشاوندی (شجره‌نامه) برای یک خانواده به صورت زیر است. مرحله‌ی دوازدهم چند نفرند؟

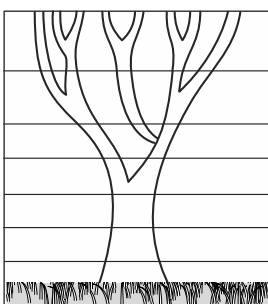
(کتاب درسی - صفحه ۱۹ - کار در کلاس - مرتبط با تمرین ۴)



- ۱۰۲۴ (۱)
- ۵۷۶ (۲)
- ۴۰۹۶ (۳)
- ۵۱۲ (۴)

۷۷- در درخت شکل مقابل، تعداد شاخه‌ها در مراحل مختلف داده شده است، با توجه به آن، در مرحله‌ی هشتم چند شاخه‌ی درخت داریم؟

(کتاب درسی - صفحه ۲۰ - کار در کلاس - مرتبط با تمرین ۲)



- مرحله‌ی (۶)
- مرحله‌ی (۵)
- مرحله‌ی (۴)
- مرحله‌ی (۳)
- مرحله‌ی (۲)
- مرحله‌ی (۱)

- ۲۱ (۱)
- ۳۴ (۲)
- ۳۵ (۳)
- ۲۲ (۴)

**تعریف دنباله:** هر تعداد عدد که پشت سر هم قرار می‌گیرند را یک دنباله می‌نامند. این اعداد، جملات دنباله نامیده می‌شوند. دنباله‌ها را به شکل زیر نمایش می‌دهند:

$$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$$

که در آن  $a_1$  جمله‌ی اول،  $a_2$  جمله‌ی دوم و به همین ترتیب  $a_n$  جمله‌ی  $n$ ام یا جمله‌ی عمومی نامیده می‌شود.

**تذکر** اگر جملات از الگوی مشخصی پیروی کنند یا جمله‌ی عمومی دنباله در اختیار باشد، می‌توانیم مقدار هر جمله را بیابیم.

**مثال:** جمله‌ی عمومی دو دنباله به صورت  $a_n = 2n^2 - n$  و  $b_n = (-1)^n n$  داده شده است. چهار جمله‌ی اول هر یک از آنها را یافته و هر دنباله را بنویسید.

**حل:** از آنجایی که  $a_n = 2n^2 - n$ ، پس  $a_1 = 2(1)^2 - 1 = 1$  و  $a_2 = 2(2)^2 - 2 = 6$  و  $a_3 = 2(3)^2 - 3 = 15$  و  $a_4 = 2(4)^2 - 4 = 28$

پس دنباله به صورت مقابل است:

هم‌چنین در دنباله با جمله‌ی عمومی  $b_n = (-1)^n n$  داریم  $b_1 = (-1)^1 \times 1 = -1$ ،  $b_2 = (-1)^2 \times 2 = 2$ ،  $b_3 = (-1)^3 \times 3 = -3$

و  $b_4 = (-1)^4 \times 4 = 4$ ، پس:

**مثال:** چندمین جمله از یک دنباله با جمله‌ی عمومی  $a_n = 3 \times 2^{n-1}$  برابر ۹۶ است؟

**حل:** باید شماره‌ی جمله‌ای را بیابیم که مقدار آن برابر ۹۶ شود، لذا:

$$96 = 3 \times 2^{n-1} \Rightarrow 32 = 2^{n-1} \Rightarrow 2^5 = 2^{n-1} \Rightarrow n-1 = 5 \Rightarrow n = 6$$

پس جمله‌ی ششم برابر ۹۶ است.

**تذکر** هر دنباله به شکل  $t_n = an^2 + bn + c$  را یک دنباله‌ی درجه‌ی دوم می‌نامیم.

**مثال:** دنباله‌ی  $0, 2, 6, 12, \dots$  یک دنباله‌ی درجه‌ی دوم است. جمله‌ی عمومی این دنباله را بیابید.

**حل:**  $t_1 = 0$  و  $t_2 = 2$  و  $t_3 = 6$  و جمله‌ی عمومی را  $t_n = an^2 + bn + c$  در نظر می‌گیریم و داریم:

$$t_1 = 0 \Rightarrow 0 = 0 + 0 + c \Rightarrow c = 0$$

$$t_2 = 2 \Rightarrow 2 = 4a + 2b \Rightarrow \begin{cases} 4a + 2b = 2 \\ 9a + 3b = 6 \end{cases}$$

$$t_3 = 6 \Rightarrow 6 = 9a + 3b \Rightarrow \begin{cases} 4a + 2b = 2 \\ 9a + 3b = 6 \end{cases}$$

با حل دستگاه  $a = 1$  و  $b = -1$  و در نتیجه جمله‌ی عمومی دنباله به صورت  $t_n = n^2 - n$  است.

**تذکر** با در اختیار داشتن جملات یک دنباله، در اغلب موارد می‌توانیم با یافتن رابطه‌ای بین هر دو جمله‌ی متوالی، جمله‌ی عمومی دنباله و جملات دیگر دنباله را بیابیم.

**مثال:** یک جمله‌ی عمومی برای دنباله‌ی  $0, 4, -9, 16, -27, \dots$  بیابید.

**حل:** با کمی دقت می‌بینیم که جملات ردیف فرد همگی منفی و جملات ردیف زوج همگی مثبت‌اند و از نظر قدر مطلق، مقدار هر جمله برابر مربع

شماره‌ی آن جمله‌ی است، پس جمله‌ی عمومی به صورت  $a_n = (-1)^n n^2$  می‌تواند باشد.

**تذکر** در بعضی از موارد، هر جمله با دو جمله‌ی قبل از خود رابطه‌ی معینی دارد.

**مثال:** در دنباله‌ی  $0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, \dots$  جملات هشتم و نهم را بیابید.

**حل:** با کمی دقت می‌بینیم که از جمله‌ی سوم به بعد، هر جمله برابر مجموع دو جمله‌ی قبل از خود است، پس جمله‌ی هشتم  $8 + 13 = 21$  و جمله‌ی

نهم  $13 + 21 = 34$  است.

(کتاب درسی - صفحه‌ی ۱۹ - کار در کلاس - مشابه تمرین ۲)

$$38 \quad (4)$$

۷۸- مجموع جمله‌های اول، سوم و پنجم دنباله با جمله‌ی عمومی  $a_n = n^2 + 1$  کدام است؟

$$37 \quad (3)$$

$$36 \quad (2)$$

$$35 \quad (1)$$

(کتاب درسی - صفحه‌ی ۱۹ - کار در کلاس - مرتبط با تمرین ۲)

$$-5 \quad (4)$$

۷۹- مجموع ۴۸ جمله‌ی اول دنباله با جمله‌ی عمومی  $a_n = \sqrt{n} - \sqrt{n+1}$  کدام است؟

$$-6 \quad (3)$$

$$5 \quad (2)$$

$$6 \quad (1)$$

۸۰- حاصلضرب شش جمله‌ی اول دنباله با جمله‌ی عمومی  $a_n = (-1)^{n+1} \cdot \frac{n}{n+1}$  کدام است؟

(کتاب درسی - صفحه‌ی ۱۹ - کار در کلاس - مرتبط با تمرین ۲)

$$\frac{-1}{8} \quad (4)$$

$$\frac{1}{8} \quad (3)$$

$$\frac{-1}{7} \quad (2)$$

$$\frac{1}{7} \quad (1)$$

۸۱- جمله‌ی عمومی دنباله‌ای به صورت  $a_n = bn^2 + cn$  است. اگر جملات اول و دوم این دنباله به ترتیب برابر ۳ و ۸ باشند، جمله‌ی دهم آن کدام است؟  
(آزمون کانون-۲۲ آذر ۹۲)

(۱) ۴۰ (۲) ۸۰ (۳) ۱۲۰ (۴) ۱۶۰

۸۲- اگر جمله‌ی عمومی یک دنباله، به صورت  $a_n = 2(-2)^{n+1}$  باشد، جمله‌ی چندم این دنباله برابر ۱۲۸ است؟  
(آزمون کانون-۹۳ آبان ۹۳)

(۱) چهارم (۲) پنجم (۳) هفتم (۴) هشتم

۸۳- چند جمله از دنباله با جمله‌ی عمومی  $a_n = 3n - 13$ ، منفی است؟  
(آزمون کانون-۲۵ آبان ۹۳)

(۱) سه جمله (۲) چهار جمله (۳) دو جمله (۴) بی‌شمار

۸۴- در دنباله‌ی  $1, 1, 2, 3, 5, 8, \dots$ ، مجموع جملات هشتم و نهم کدام است؟  
(کتاب درسی-صفحه‌ی ۱۹-کار در کلاس-مشابه تمرین ۳)

(۱) ۴۷ (۲) ۵۵ (۳) ۳۴ (۴) ۷۰

۸۵- در دنباله‌ی  $1, 5, 1, 4, 3, 1, \dots$ ، مجموع جملات یازدهم و دوازدهم کدام است؟  
(کتاب درسی-صفحه‌ی ۱۹-کار در کلاس-مشابه تمرین ۳)

(۱) ۱۴ (۲) ۱۳ (۳) ۹ (۴) ۱۵

۸۶- در دنباله‌ی  $1, 5, 12, 22, 35, \dots$ ، جمله‌ی سی‌ام چه عددی است؟  
(آزمون کانون-۲۲ فروردین ۹۲)

(۱) ۱۳۳۵ (۲) ۱۳۳۴ (۳) ۱۳۳۶ (۴) ۱۳۳۷

۸۷- اگر  $A_n = [1, 1 + \frac{1}{n}]$ ، آن‌گاه  $A_1 \cup A_2 \cup A_3$  کدام است؟  
(کتاب درسی- ترکیبی بازه و دنباله)

(۱)  $[1, 2]$  (۲)  $[1, \frac{3}{2}]$  (۳)  $[1, \frac{4}{3}]$  (۴)  $\emptyset$

۸۸- اگر  $A_n = [1, 1 + \frac{1}{n}]$ ، آن‌گاه  $A_1 \cap A_2 \cap A_3$  کدام است؟  
(کتاب درسی- ترکیبی بازه و دنباله)

(۱)  $[1, 2]$  (۲)  $[1, \frac{3}{2}]$  (۳)  $[1, \frac{4}{3}]$  (۴)  $\emptyset$

۸۹- اگر  $A_i = [-\frac{i}{2}, \frac{8-i}{3}]$  باشد، آن‌گاه مجموعه‌ی  $A_4 - A_2$  کدام است؟  
(آزمون کانون-۶ آذر ۹۴)

(۱)  $[-2, -1] \cup [\frac{4}{3}, 2]$  (۲)  $[-2, -1] \cup (\frac{4}{3}, 2]$  (۳)  $[-2, -1]$  (۴)  $[-2, -1]$

۹۰- در دنباله‌ی  $1, -2, 3, -4, 5, -6, \dots$ ، با جمله‌ی عمومی  $a_n = (-1)^{n+1} \times n$ ، مجموع ۲۰۰ جمله‌ی اول این دنباله کدام است؟  
(کتاب درسی-صفحه‌ی ۱۹-کار در کلاس-مرتبط با تمرین ۳)

(۱) -۱ (۲) -۱۰۰ (۳) ۱۰۰ (۴) ۱

۹۱- اگر چند جمله‌ی اول یک دنباله به صورت  $1, -2, 4, -8, 16, -32, \dots$  باشد، جمله‌ی عمومی آن به کدام صورت می‌تواند باشد؟  
(کتاب درسی-صفحه‌ی ۱۹-کار در کلاس-مرتبط با تمرین ۳)

(۱)  $a_n = (-1)^{n+1}$  (۲)  $a_n = (-2)^n$  (۳)  $a_n = (-1)^{n+1} 2^n$  (۴)  $a_n = (-1)^{n+1} 2^{n+1}$

۹۲- اگر چند جمله‌ی اول یک دنباله به صورت  $1, \frac{3}{2}, \frac{5}{4}, \frac{7}{8}, \dots$  باشد، جمله‌ی عمومی آن به کدام صورت می‌تواند باشد؟  
(کتاب درسی-صفحه‌ی ۱۹-کار در کلاس-مرتبط با تمرین ۳)

(۱)  $a_n = \frac{2n-1}{n}$  (۲)  $a_n = \frac{2n+1}{n}$  (۳)  $a_n = \frac{2n+1}{2n}$  (۴)  $a_n = \frac{2n-1}{2n}$

۹۳- از بین گزینه‌های زیر، کدام جمله‌ی عمومی نمی‌تواند مربوط به جملات نوشته شده از دنباله‌ی داده شده باشد؟  
(آزمون کانون-۱۰ آبان ۹۲)

(۱)  $1, \frac{4}{3}, \frac{3}{2}, \dots, \frac{2n}{n+1}, \dots$  (۲)  $\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \dots, \frac{-1}{2} + n, \dots$

(۳)  $1, -3, 9, -27, \dots, (-3)^n, \dots$  (۴)  $1, 0, -1, \dots, 2^n - n^2, \dots$

۹۴- کدام گزینه، جمله‌ی عمومی دنباله‌ی  $1, \frac{1}{4}, \frac{1}{9}, -2, \dots$  را نشان می‌دهد؟  
(کتاب درسی-صفحه‌ی ۱۹-کار در کلاس-مرتبط با تمرین ۳)

(۱)  $(-1)^n \times 2^{1-n}$  (۲)  $(-1)^{n+1} \times 2^{2-n}$  (۳)  $(-2)^n$  (۴)  $(-1)^n \times 2^{2-n}$

گزینه‌ی (۲):  $Q'$  مجموعه‌ی اعداد گنگ است. از آنجایی که  $N$  و  $Q'$  با هم اشتراکی ندارند، پس:

$$N - Q' = N$$

گزینه‌ی (۳):

$$W \subset Z \Rightarrow W \cap Z = W \\ \Rightarrow W \cap Z - \{0\} = W - \{0\} = N$$

گزینه‌ی (۴):

$$N \subset W \Rightarrow W \cup N = W$$

۵. گزینه‌ی ۱

گزینه‌ی (۱):

$$Z - N = \{\dots, -3, -2, -1, 0\}$$

اشتراک این مجموعه با مجموعه‌ی اعداد حسابی که برابر  $\{\dots, 0, 1, 2, \dots\}$  است، مجموعه‌ی تک عضوی  $\{0\}$  است.

گزینه‌ی (۲):

$$Z - W = \{\dots, -3, -2, -1\}$$

این مجموعه با مجموعه‌ی اعداد طبیعی اشتراک ندارد، پس:

$$N \cap (Z - W) = \emptyset$$

گزینه‌ی (۳): مجموعه‌ی  $Q - Z$ ، اعداد گویایی را نمایش می‌دهد که صحیح نباشند، لذا با  $N$  اشتراکی ندارند و در نتیجه:

$$N \cap (Q - Z) = \emptyset$$

گزینه‌ی (۴):

$$R - Q = Q'$$

چون  $Q'$  (مجموعه‌ی اعداد گنگ) با مجموعه‌ی اعداد صحیح اشتراک ندارد، پس:

$$Z \cap (R - Q) = \emptyset$$

۶. گزینه‌ی ۳

گزینه‌ی (۱): هر یک از مجموعه‌های باز و نیم‌باز  $a$  و  $b$ ، زیرمجموعه‌ی بازه‌ی بسته‌ی  $a$  و  $b$  هستند، یعنی:

$$(a, b) \subset [a, b) \subset [a, b]$$

پس این گزینه درست است.

گزینه‌ی (۲): تهی زیرمجموعه‌ی هر مجموعه‌ای است.

گزینه‌ی (۳): عضو یک از مجموعه‌ی  $\{1, -2\}$ ، متعلق به بازه‌ی  $[-3, 0)$  نیست، پس  $\{1, -2\} \not\subset [-3, 0)$ .

گزینه‌ی (۴): دو بازه‌ی  $[a, b]$  و  $[a, b)$  با هم برابر نیستند.

۱. گزینه‌ی ۴

مجموعه‌ی اعداد طبیعی، زیرمجموعه‌ی اعداد صحیح و هر دوی آنها زیرمجموعه‌ی اعداد گویا و هر سه‌ی آنها زیرمجموعه‌ی اعداد حقیقی هستند. پس گزینه‌ی (۱) درست است.

در گزینه‌ی (۲)،  $Q \cap N = N$  که  $N \subset Z$  است.

در گزینه‌ی (۳)،  $Z \cap N = N$ .

ولی در گزینه‌ی (۴)، اگر از اعداد حقیقی، اعداد صحیح را حذف کنیم، اعداد گویا حاصل نمی‌شود، بلکه اجتماع اعداد گویای غیر صحیح و اعداد گنگ به دست می‌آید.

۲. گزینه‌ی ۳

گزینه‌ی (۱):

$$R \cap Z = Z$$

$Q \not\subset Z$ ، پس گزینه‌ی (۱) نادرست است.

گزینه‌ی (۲):

$$Z \subset Q \Rightarrow Z \cup Q = Q$$

$Q \not\subset W$ ، پس گزینه‌ی (۲) نادرست است.

گزینه‌ی (۳):

$$W \subset Q \Rightarrow Q \cap W = W$$

که  $W \subset Z$ ، پس رابطه درست است.

گزینه‌ی (۴):

$$Q \subset R \Rightarrow R \cap Q = Q$$

اما  $Q$  و  $Q'$  اشتراکی ندارند، پس  $Q \not\subset Q'$ .

۳. گزینه‌ی ۳

$$W \cap Z = W$$

$$W - Z = \emptyset$$

توجه کنید که  $W \subset Z$ ، پس  $W - Z = \emptyset$  است.

$$Z - W = \{\dots, -2, -1\}$$

که مجموعه‌ی اعداد صحیح غیر حسابی را نمایش می‌دهد.

$Q - Z$ ، مجموعه‌ی اعداد گویای غیر صحیح را نمایش می‌دهد.

۴. گزینه‌ی ۴

گزینه‌ی (۱):

$$W - N = \{0\}$$

بنابراین:

$$W - (W - N) = W - \{0\} = \{1, 2, 3, \dots\} = N$$



## ۱۴. گزینه‌ی ۴

از آن جایی که  $A = [-۶, ۱۲]$ ، بنابراین مجموعه‌ی  $B$  برابر است با:

$$-۶ \leq ۲x \leq ۱۲ \Rightarrow -۳ \leq x \leq ۶ \Rightarrow B = [-۳, ۶]$$

به طریق مشابه، مجموعه‌ی  $C$  برابر است با:

$$-۳ \leq ۳x \leq ۶ \Rightarrow -۱ \leq x \leq ۲ \Rightarrow C = [-۱, ۲]$$

در نتیجه:

$$\Rightarrow B \cap C = [-۳, ۶] \cap [-۱, ۲] = [-۱, ۲] = C$$

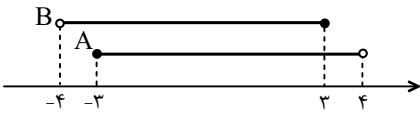
## ۱۵. گزینه‌ی ۱

$$A = [-۳, ۴]$$

$$B = \{x \in \mathbb{R} \mid (-x) \in A\}$$

$$-۳ \leq x < ۴ \Rightarrow -۴ < -x \leq ۳$$

$$\Rightarrow B = (-۴, ۳]$$



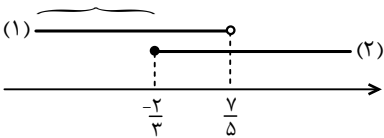
$$A - B = [-۳, ۴] - (-۴, ۳] = (۳, ۴)$$

## ۱۶. گزینه‌ی ۳

ابتدا مجموعه جواب هر یک از نامعادله‌ها را تعیین کرده و روی

محور رسم می‌کنیم.

$$\begin{cases} ۵x < ۷ \rightarrow x < \frac{۷}{۵} & (۱) \\ ۵ - ۳x \leq ۷ \Rightarrow ۳x \geq -۲ \Rightarrow x \geq \frac{-۲}{۳} & (۲) \end{cases}$$



بنابراین:

$$(۱) \text{ مجموعه جواب } = \left(-\infty, \frac{۷}{۵}\right)$$

$$(۲) \text{ مجموعه جواب } = \left[\frac{-۲}{۳}, +\infty\right)$$

پس:

$$\begin{aligned} \text{بازه‌ی خواسته شده} &= \left(-\infty, \frac{۷}{۵}\right) - \left[\frac{-۲}{۳}, +\infty\right) \\ &= \left(-\infty, \frac{-۲}{۳}\right) \end{aligned}$$

در نتیجه در بازه‌ی  $\left(-\infty, \frac{-۲}{۳}\right)$  نامعادله‌ی اول برقرار است و

نامعادله‌ی دوم برقرار نیست.

## ۷. گزینه‌ی ۳

(درست است)  $۰ \in (-۳, ۰]$

$$\frac{-۵}{۲} \notin \left(\frac{-۵}{۲}, ۲\right] \text{ (درست است)}$$

$$\mathbb{R} - (۲, ۳] = (-\infty, ۲] \cup (۳, +\infty)$$

$$۲ \notin (-\infty, ۲] \cup (۳, +\infty)$$

پس:

نادرست است.

در گزینه‌ی (۴) داریم:

$$۳ \in (-\infty, ۲] \cup (۳, +\infty)$$

درست است.

## ۸. گزینه‌ی ۲

$$۱ < m < ۵ \Rightarrow ۲ < ۲m < ۱۰$$

$$\Rightarrow ۲ + ۱ < ۲m + ۱ < ۱۰ + ۱$$

$$\Rightarrow ۳ < ۲m + ۱ < ۱۱$$

$$\Rightarrow ۲m + ۱ \in (۳, ۱۱)$$

## ۹. گزینه‌ی ۳

$$(a) \text{ محیط مستطیل شکل } = ۲(۱/\delta x + \delta) = ۱۰ + ۳x$$

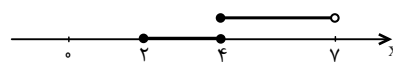
$$(b) \text{ محیط شکل } = x + ۲(۱/\delta x) + ۲(x + ۲) = ۶x + ۴$$

$$\Rightarrow ۱۰ + ۳x > ۶x + ۴ \Rightarrow ۳x < ۶ \Rightarrow x < ۲$$

از طرفی  $x$  باید مثبت باشد، لذا  $۰ < x < ۲$ .

## ۱۰. گزینه‌ی ۱

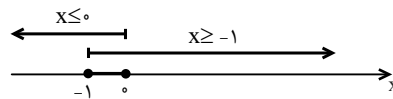
$$[۲, ۴] \cup [۴, ۷] = [۲, ۷]$$



## ۱۱. گزینه‌ی ۴

از نمایش هندسی استفاده می‌کنیم. با توجه به آن  $-۱ \leq x \leq ۰$ ،

پس  $x \in [-۱, ۰]$ .



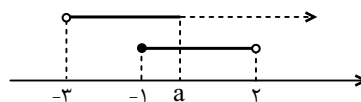
## ۱۲. گزینه‌ی ۳

$$A \cap B = [-۲, ۲) \cap (-۱, +\infty) = (-۱, ۲)$$

اشتراک دو مجموعه، شامل دو عدد صحیح صفر و ۱ است.

## ۱۳. گزینه‌ی ۱

نمایش هندسی دو بازه را رسم می‌کنیم.



چون اشتراک دو مجموعه غیر تهی است، پس  $a$  باید عددی

بزرگتر یا مساوی  $-۱$  باشد؛ لذا  $a \geq -۱$ .

همچنین مجموعه‌ی اعداد اعشاری بین  $0/4$  و  $0/7$  نامتناهی است.  
مجموعه‌ی اعداد صحیح ۱۷ رقمی، مجموعه‌ای متناهی است.

### ۲۲. گزینه‌ی ۳

گزینه‌ی (۱): مجموعه‌ی اعداد اول و زوج برابر  $\{2\}$  است؛ پس متناهی است.  
گزینه‌ی (۲): متناهی است.  
گزینه‌ی (۳): نامتناهی است؛ زیرا بی‌شمار خط وجود دارد که از مبدأ عبور می‌کند.  
گزینه‌ی (۴): متناهی است.

### ۲۳. گزینه‌ی ۴

گزینه‌ی (۱): نامتناهی است، زیرا بر یک دایره، بی‌شمار خط مماس، قابل رسم است.  
گزینه‌ی (۲): بین هر دو عدد گویای دلخواه می‌توان بی‌شمار عدد گویا قرار داد، پس این مجموعه نامتناهی است.  
توجه کنید که اگر  $a$  و  $b$  دو عدد گویا باشند، آنگاه  $\frac{a+b}{2}$  بین  $a$  و  $b$  است.  
گزینه‌ی (۳): بازه‌ی  $(a, b)$  نامتناهی است.  $(b > a)$   
گزینه‌ی (۴): در میان اعداد حقیقی مثبت، عددی که با معکوس خود برابر است تنها عدد ۱ است، پس این مجموعه متناهی است.

### ۲۴. گزینه‌ی ۳

$\{x \in \mathbb{N} \mid x > 9, x < 100\} = \{10, 11, 12, \dots, 99\}$   
بنابراین مجموعه‌ی داده شده در گزینه‌ی «۳»، متناهی است.

### ۲۵. گزینه‌ی ۱

گزینه‌ی «۱»:  
متناهی:  $\{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ و } x^2 < 1000\} = \{1, 2, 3, \dots, 31\}$   
گزینه‌ی «۲»: مجموعه‌ی اعداد گویا در هر بازه‌ای نامتناهی است.  
گزینه‌ی «۳»: نامتناهی:  $\{x \mid x \in \mathbb{N}, x > 53\} = \{54, 55, \dots\}$   
گزینه‌ی «۴»:  
نامتناهی:  $\{x \mid x \in \mathbb{Z}, -x \in \mathbb{N}\} = \{\dots, -3, -2, -1\}$

### ۲۶. گزینه‌ی ۳

$C = \{x^3 \mid x \in \mathbb{N}, x \leq 10\} = \{1, 8, 27, 64, \dots, 10^3\}$   
سایر گزینه‌ها:  
گزینه‌ی «۱»: این مجموعه نامتناهی است، چون بی‌نهایت عدد حقیقی کوچک‌تر از ۵ وجود دارد.  
گزینه‌ی «۲»: مجموعه‌ی نامتناهی است، زیرا:  
 $1 - x < 3 \Rightarrow x > 1 - 3 \Rightarrow x > -2$   
 $\Rightarrow B = \{2, 4, 6, 8, \dots\}$   
گزینه‌ی «۴»: مجموعه‌ی نامتناهی است، زیرا:  
 $D = \{-2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$

### ۱۷. گزینه‌ی ۲

$$\begin{aligned} A \cup B &= [-1, 2] \cup (0, 3] = [-1, 3] \\ B - A &= (0, 3] - [-1, 2] = (2, 3] \\ B \cap A &= (0, 3] \cap [-1, 2] = (0, 2] \\ A - B &= [-1, 2] - (0, 3] = [-1, 0] \end{aligned}$$

### ۱۸. گزینه‌ی ۱

ابتدا بازه‌های مورد نظر را مشخص می‌کنیم:  
 $(-\infty, 3) \cap [2, 5) = [2, 3)$   
 $\Rightarrow [2, 3) - [3, 4) = [2, 3)$   
پس عدد ۲ متعلق به مجموعه‌ی داده شده است.

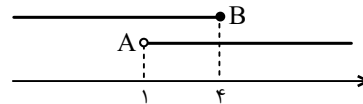
### ۱۹. گزینه‌ی ۱

$$\begin{aligned} (1) \quad 3x - 1 &\geq \frac{1}{2} \Rightarrow 3x \geq \frac{3}{2} \Rightarrow x \geq \frac{1}{2} \Rightarrow A = [\frac{1}{2}, +\infty) \\ (2) \quad 4x - \frac{3}{2} &< 5 \Rightarrow 4x < \frac{13}{2} \Rightarrow x < \frac{13}{8} \Rightarrow B = (-\infty, \frac{13}{8}) \\ (3) \quad x - 4 &\leq 0 \xrightarrow{x \in W} C = \{0, 1, 2, 3, 4\} \\ \Rightarrow (A \cap B) - C &= [\frac{1}{2}, \frac{13}{8}) - \{1\} \end{aligned}$$

### ۲۰. گزینه‌ی ۱

$$A = (1, +\infty) \text{ و } B = (-\infty, 4]$$

با رسم نمودار هندسی داریم:



$$\begin{aligned} A - B &= (1, +\infty) - (-\infty, 4] = (4, +\infty) \\ B - A &= (-\infty, 4] - (1, +\infty) = (-\infty, 1] \end{aligned}$$

پس:

$$\begin{aligned} (A - B) \cup (B - A) &= (4, +\infty) \cup (-\infty, 1] \\ &= (-\infty, 1] \cup (4, +\infty) = R - (1, 4] \end{aligned}$$

**تذکره** توجه کنید اگر  $a < b$  باشد، آنگاه:

$$\begin{aligned} (1) \quad (-\infty, a] \cup [b, +\infty) &= R - (a, b) \\ (2) \quad (-\infty, a) \cup (b, +\infty) &= R - [a, b] \\ (3) \quad (-\infty, a) \cup [b, +\infty) &= R - [a, b) \\ (4) \quad (-\infty, a] \cup (b, +\infty) &= R - (a, b] \end{aligned}$$

### ۲۱. گزینه‌ی ۳

مجموعه‌ی اعداد صحیح ناپیشتتر از  $-1$ ، نامتناهی است، این مجموعه برابر است با:  
 $\{\dots, -3, -2, -1\}$   
مجموعه‌ی اعداد صحیح و مکعب کامل کوچکتر از  $1000$  نامتناهی است زیرا:  
 $\{\dots, 7^3, 8^3, 9^3\}$

## ۲۳. گزینه‌ی ۳

مجموعه‌ی اعداد صحیح نامشبت:

$$N' = Z - N = \{\dots, -2, -1, 0\}$$

## ۳۴. گزینه‌ی ۴

$$A' \cup U = U$$

$$\underbrace{(A \cup \emptyset)}_A \cup U = A \cup U = U$$

$$\underbrace{(A \cap \emptyset)}_{\emptyset} \cup A' = \emptyset \cup A' = A'$$

$$\underbrace{(A' \cap \emptyset)}_{\emptyset} \cup A = \emptyset \cup A = A$$

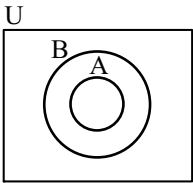
گزینه‌ی (۱):

گزینه‌ی (۲):

گزینه‌ی (۳):

گزینه‌ی (۴):

## ۳۵. گزینه‌ی ۴

با توجه به نمودار ون دیده می‌شود که  $B' \subset A'$  است.

## ۳۶. گزینه‌ی ۴

گزینه‌های (۱) و (۲): مجموعه‌ی نامتناهی  $A$  را اعداد طبیعی زوج فرض می‌کنیم و متمم آن مجموعه‌ی اعداد طبیعی فرد است که نامتناهی است. حال اگر مجموعه‌ی نامتناهی  $A$  را به صورت زیر بگیریم:

$$A = \{4, 5, 6, \dots\} \rightarrow A' = \{1, 2, 3\}$$

پس  $A'$  مجموعه‌ای متناهی است. بنابراین اگر  $A$  مجموعه‌ای نامتناهی باشد، ممکن است مجموعه‌ی  $A'$  متناهی یا نامتناهی باشد. بنابراین گزینه‌های (۱) و (۲) در حالت کلی، درست نیستند.

گزینه‌ی (۳): اگر  $A$  مجموعه‌ای متناهی باشد،  $A'$  همواره نامتناهی است، زیرا مجموعه‌ی مرجع  $N$  نامتناهی است. در حالت کلی:

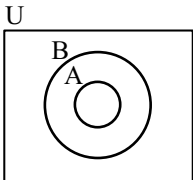
$$A \subset N \Rightarrow A \cup A' = N$$

↓      ↓      ↓  
نامتناهی   نامتناهی   متناهی

پس این گزینه نادرست است و گزینه‌ی (۴) درست است.

## ۳۷. گزینه‌ی ۳

با توجه به نمودار ون داریم:



گزینه‌ی (۱): نادرست است، زیرا:

$$A \subset B \Rightarrow B' \subset A' \Rightarrow A' \cup B' = A'$$

گزینه‌ی (۲): نادرست است، زیرا:

$$A \subset B \Rightarrow A \cup B = B$$

## ۲۷. گزینه‌ی ۲

چون همه‌ی اعداد اول به جز عدد ۲، عضو مجموعه‌ی اعداد طبیعی فرد هستند، بنابراین:  $B - A = \{2\}$  متناهی:  $B - A = \{2\}$  دقت شود که در گزینه‌ی «۴» نیز حاصل مجموعه متناهی است، اما یک مجموعه‌ی متناهی و تهی است.

$$A - (A \cup B) = \emptyset$$

## ۲۸. گزینه‌ی ۳

اگر  $A$  مجموعه‌ای نامتناهی و  $B$  مجموعه‌ای متناهی باشد، آنگاه مجموعه‌ی  $A - B$  حتماً نامتناهی است. سعی کنید برای نادرستی گزینه‌های دیگر، مثال بیاورید.

## ۲۹. گزینه‌ی ۱

اجتماع دو مجموعه‌ی متناهی و نامتناهی همواره نامتناهی است، پس  $A \cup B$  همواره نامتناهی است. همین‌طور اشتراک آنها همواره متناهی است. سعی کنید برای گزینه‌های ۳ و ۴، مثال نقض بیاورید.

## ۳۰. گزینه‌ی ۴

تشریح گزینه‌ها:

$$\left. \begin{array}{l} A = Z \\ B = N \end{array} \right\} \Rightarrow A \cap B = N \rightarrow \text{نامتناهی}$$

گزینه‌ی «۲»: چون مجموعه‌های  $A$  و  $B$  نامتناهی هستند اجتماع آن‌ها که تمام اعضای  $A$  و تمام اعضای  $B$  را شامل می‌شود، مجموعه‌ای نامتناهی است.

$$\text{گزینه‌ی «۳»}: \begin{cases} A = \{\dots, -1, 0, 1, 2, 3, 4\} \\ B = \{4, 5, 6, \dots\} \end{cases}$$

$$\rightarrow A \cap B = \{4\} \rightarrow \text{متناهی}$$

$$\text{گزینه‌ی «۴»}: \begin{cases} A = \{3, 4, 5, \dots\} \\ B = \{4, 5, 6, \dots\} \end{cases}$$

$$\rightarrow A - B = \{3\} \rightarrow \text{متناهی}$$

## ۳۱. گزینه‌ی ۳

اشتراک دو مجموعه‌ی نامتناهی همواره مجموعه‌ای نامتناهی نیست. به مثال‌های زیر توجه کنید.

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 0\} \text{ و } B = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 0\}$$

$$\Rightarrow A \cap B = \{0\}$$

برای بقیه‌ی گزینه‌ها، مثال‌های مناسب بیاورید.

## ۳۲. گزینه‌ی ۳

فرض کنید  $B$  مجموعه‌ی اعداد طبیعی و  $A$  مجموعه‌ی زیر باشد:

$$B = \{1, 2, 3, \dots\}$$

$$A = \{2, 3, 4, \dots\}$$

$$\Rightarrow B - A = \{1\}$$

حال فرض کنید  $B = (-1, 2)$  و  $A = (0, 2)$ ، آنگاه:

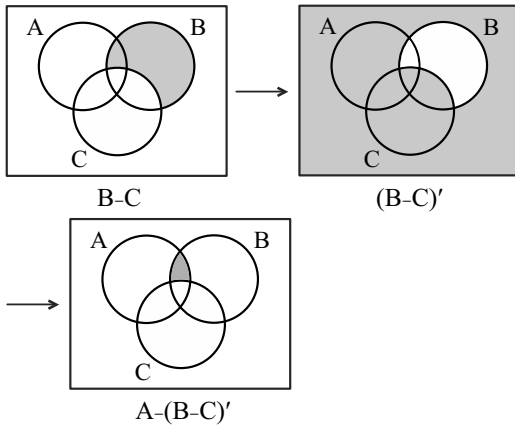
$$A \subset B$$

$$\text{و } B - A = (-1, 0]$$

که مجموعه‌ای نامتناهی است. پس  $B - A$  ممکن است متناهی یا نامتناهی باشد.

گزینه‌ی ۲ .۴۴

نمودار ون را رسم می‌کنیم:



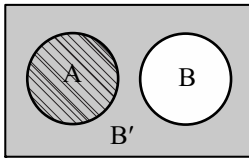
بنابراین برای یافتن اعضای ناحیه‌ی سایه زده شده، کافی است مجموعه‌ی  $A \cap C$  را از مجموعه‌ی  $A \cap B$  کم کنیم.  
 $(A \cap B) - (A \cap C) = \{b, d, a, c\} - \{e, f, b, c\}$   
 $= \{a, d\}$

گزینه‌ی ۴ .۴۵

$E - F = E$  است، یعنی در مجموعه‌ی  $E$  هیچ عضوی وجود ندارد که در مجموعه‌ی  $F$  نیز موجود باشد، بنابراین داریم:  $E \cap F = \emptyset$ .  
 لذا، دو مجموعه‌ی مذکور هیچ اشتراکی با هم ندارند و دو مجموعه‌ی جدا از هم هستند.

گزینه‌ی ۳ .۴۶

وقتی  $A$  و  $B$  دو مجموعه‌ی جدا از هم هستند،  $A \cap B = \emptyset$  با توجه به نمودار ون داریم:



گزینه‌ی (۱): درست است.

گزینه‌ی (۲):  $A \cap B = \emptyset \Rightarrow A \subset B'$

گزینه‌ی (۳):  $A \cap B' = A$

گزینه‌ی (۴):  $A \cup B' = B'$

پس گزینه‌ی (۳) درست نیست.

گزینه‌ی (۴):  $A \cap B = \emptyset$

گزینه‌ی ۱ .۴۷

$A$  و  $B$  دو مجموعه‌ی جدا از هم هستند، پس  $A \cap B = \emptyset$  و لذا:  $n(A \cap B) = 0$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$\Rightarrow n(A \cup B) = 4 + 9 = 13$$

گزینه‌ی ۱ .۴۸

می‌دانیم  $A$  و  $A'$ ، دو مجموعه‌ی جدا از هم هستند و  $A \cup A' = U$ ، پس:

$$n(A \cup A') = n(A) + n(A') = n(U)$$

$$\Rightarrow n(U) = 14 + 10 = 24$$

گزینه‌ی (۳): درست است.

با توجه به نمودار ون،  $A' \cup B = U$  است (نمودار بالا را هاشور بزنید).

گزینه‌ی (۴): نادرست است، زیرا:

$$A \subset B \Rightarrow A \cap B = A$$

گزینه‌ی ۴ .۳۸

$$A' - B = A' \cap B'$$

$$= B' \cap A' = B' - A$$

درستی رابطه‌ی به‌دست آمده را با نمودار بررسی کنید.

گزینه‌ی ۱ .۳۹

$$A = \{4, 5\} \Rightarrow A' = \{3, 6, 7\}$$

$$B = \{5, 6\} \Rightarrow B' = \{3, 4, 7\}$$

$$\Rightarrow A' \cap B' = \{3, 7\}$$

گزینه‌ی ۱ .۴۰

$$A = \{4, 5, 6\} \text{ و } B' = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$A - B = A \cap B' = \{4\}$$

گزینه‌ی ۳ .۴۱

$$A = \{8, 9, 10, \dots\} \Rightarrow A' = \{1, 2, 3, \dots, 7\}$$

$$B = \{5, 6, 8\}$$

$$\Rightarrow A' \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

پس مجموعه‌ی  $A' \cup B$ ، ۸ عضوی است.

گزینه‌ی ۱ .۴۲

$$(A \cup B)' = A' \cap B'$$

$$= \{5, 6, 7, 8\} \cap \{7, 8, 9, 10\} = \{7, 8\}$$

گزینه‌ی ۳ .۴۳

راه حل اول:

$$A = \{1, 2, 4, 5\}$$

$$B = \{2, 3, 5, 6\} \Rightarrow B \cap C = \{5, 6\} \quad (1)$$

$$C = \{4, 5, 6, 7\}$$

$$\Rightarrow U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

بنابراین:

$$B' = \{1, 4, 7\} \text{ و } A = \{1, 2, 4, 5\}$$

$$\Rightarrow A \cap B' = \{1, 4\} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} (A \cap B') \cup (B \cap C) = \{1, 4\} \cup \{5, 6\}$$

$$= \{1, 4, 5, 6\}$$

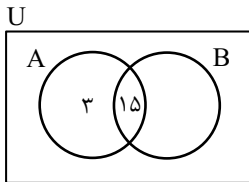
بنابراین تعداد افرادی که فقط گندم می‌کارند برابر است با:

$$190 - x = 190 - 130 = 60$$

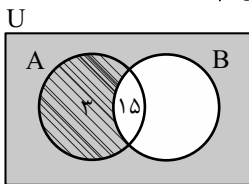
پس ۶۰ نفر فقط گندم می‌کارند.

#### ۵۴. گزینه‌ی ۱

نمودار ون را رسم می‌کنیم. چون اشتراک  $A$  و  $B$ ، ۱۵ عضو دارد، پس ۳ عضو فقط در  $A$  هستند ولی در  $B$  نیستند.



حال نمودار  $A \cap B'$  را هاشور می‌زنیم.



با توجه به نمودار  $n(A \cap B') = 3$  است.

#### ۵۵. گزینه‌ی ۳

$A$  و  $B$  دو مجموعه‌ی جدا از هم هستند، پس:

$$A \cap B = \emptyset \text{ و } A - B = A \text{ و } B - A = B$$

$$n(A - B) = n(A) \text{ و } n(B - A) = n(B) \text{ بنابراین:}$$

$$n(A \cap B) = 0$$

مجموعه‌ی  $B - A$ ، ۸ عضو دارد، پس  $n(B - A) = n(B) = 8$  و

مجموعه‌ی  $B \cup A$ ، ۱۰ عضو دارد، پس  $n(B \cup A) = 10$  اما

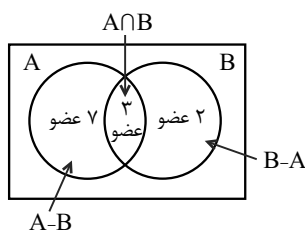
و  $B$  جدا از هم هستند، پس:  $n(B \cup A) = n(A) + n(B)$

$$10 = n(A) + 8 \Rightarrow n(A) = 2$$

پس مجموعه‌ی  $A$ ، ۲ عضو دارد.

#### ۵۶. گزینه‌ی ۲

مجموعه‌ی  $A - (A \cap B) = A - B$  شامل عضوهایی است که در  $A$  وجود دارند ولی در  $B$  وجود ندارند. با توجه به ۷ عضوی بودن مجموعه‌ی  $A - (A \cap B)$  و ۱۰ عضوی بودن  $A$ ، بنابراین  $A \cap B$  یک مجموعه‌ی ۳ عضوی است. پس با توجه به نمودار زیر، مجموعه‌ی  $A \cup B$ ، ۱۲ عضوی است.



$$n(A \cup B) = 7 + 3 + 2 = 12$$

از طرفی  $B$  و  $B'$  دو مجموعه‌ی جدا از هم هستند و  $B \cup B' = U$ ، پس:

$$n(B \cup B') = n(B) + n(B') = n(U)$$

$$\Rightarrow n(U) = n(B) + 8 = 24 \Rightarrow n(B) = 16$$

#### ۴۹. گزینه‌ی ۲

با توجه به فرضیات مسأله، اگر مجموعه‌ی افرادی که چای نوشیده‌اند را  $A$  و مجموعه‌ی افرادی که قهوه نوشیده‌اند را با  $B$  نمایش دهیم، آنگاه:

$$n(A) = 20 \text{ و } n(B) = 12 \text{ و } n(A \cap B) = 5$$

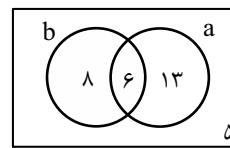
$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$\Rightarrow n(A \cup B) = 20 + 12 - 5 = 27$$

#### ۵۰. گزینه‌ی ۲

a: درس تاریخ

b: درس جغرافی



با توجه به نمودار، تعداد دانش‌آموزان کلاس برابر است با:

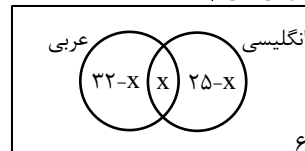
$$\text{تعداد دانش‌آموزان کلاس} = 8 + 13 + 6 + 5 = 32$$

#### ۵۱. گزینه‌ی ۴

اشتراک دو مجموعه‌ی  $A$  و  $B$  تهی نیست و اجتماع دو مجموعه ۲۵ عضو دارد، لذا مجموعه‌ی  $B$  حداکثر ۲۵ عضو می‌تواند داشته باشد و اشتراک  $A$  و  $B$ ، حداکثر ۱۴ عضو می‌تواند داشته باشد.

#### ۵۲. گزینه‌ی ۲

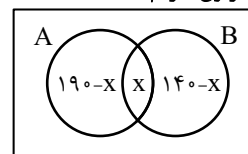
اگر  $x$  را دانش‌آموزانی بگیریم که هم انگلیسی و هم عربی می‌خوانند، آن‌گاه با توجه به نمودار، داریم:



$$6 + (32 - x) + x + (25 - x) = 40 \Rightarrow x = 23$$

#### ۵۳. گزینه‌ی ۱

از نمودار ون استفاده می‌کنیم. مجموعه‌ی  $A$  را افرادی می‌گیریم که گندم می‌کارند و مجموعه‌ی  $B$  را افرادی می‌گیریم که جو می‌کارند و  $n(U) = n(A \cup B) = 200$ ، اگر  $x$  افرادی باشند که هم گندم می‌کارند و هم جو، پس  $190 - x$  تعداد افرادی هستند که فقط گندم می‌کارند و  $140 - x$  تعداد افرادی است که فقط جو می‌کارند، لذا با توجه به نمودار ون داریم:



$$200 = (190 - x) + x + (140 - x)$$

$$\Rightarrow 200 = 330 - x \Rightarrow x = 130$$

دقت کنید که چون  $B$  دارای ۲۸ عضو است وقتی تعداد اعضای اشتراک برابر ۶ باشد، در نتیجه، تعداد اعضای  $(B - A)$  هم  $22 = 28 - 6$  است.

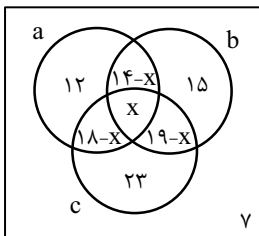
۶۰. گزینه ی ۳

$48 = 142 - 94 =$  تعداد دوستان احمد و اکبر روی هم  
 $19 = 23 - 4 =$  تعداد دوستان احمد که دوست اکبر نیستند.  
 $29 = 48 - 19 =$  تعداد دوستان اکبر

۶۱. گزینه ی ۲

۱۰ نفر تنیس روی میز، ۱۰ نفر بیلیارد و ۳ نفر مشترک بین آن‌ها هستند، پس  $3 + 10 + 10 = 23$  نفر، تنیس روی میز یا بیلیارد بازی می‌کنند.

۶۲. گزینه ی ۱



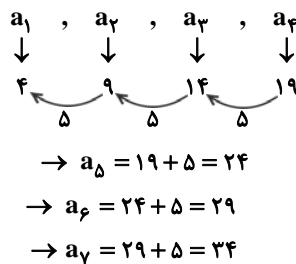
a : گرامافون  
 b : نوار کاست  
 c : CD

با توجه به نمودار، اگر  $x$  کسانی باشند که از هر سه استفاده می‌کنند، با استفاده از نمودار داریم:

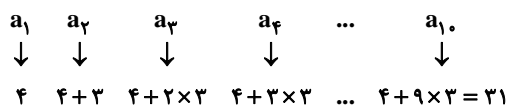
$$90 = (12 + 15 + 23 + (14 - x) + (18 - x) + (19 - x) + x) + 7$$

$$\Rightarrow 108 - 2x = 90 \Rightarrow x = 9$$

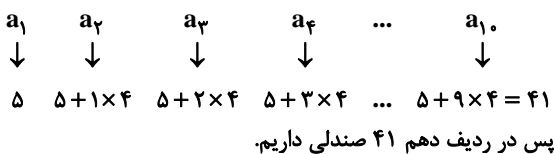
۶۳. گزینه ی ۳



۶۴. گزینه ی ۱

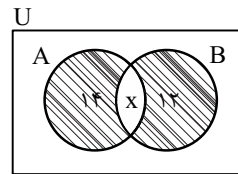


۶۵. گزینه ی ۳



۵۷. گزینه ی ۱

نمودار ون را رسم می‌کنیم. در نمودار فرض می‌کنیم  $n(A \cap B) = x$  بنابراین داریم:



اعضایی که شامل  $A$  هستند و شامل  $B$  نیستند  $n(A - B) = n(A) - n(A \cap B)$  هستند  
 به طریق مشابه:  $n(B - A) = n(B) - n(A \cap B)$   
 با توجه به نمودار:

$$n(A \cup B) = n(A - B) + n(B - A) + n(A \cap B)$$

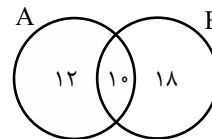
$$31 = 14 + 12 + x \Rightarrow x = 5 \Rightarrow n(A \cap B) = 5$$

بنابراین:

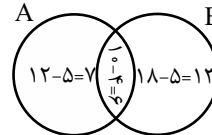
$$n(A) = n(A - B) + n(A \cap B) = 12 + 5 = 17$$

۵۸. گزینه ی ۴

چون مجموعه‌های  $(A - B)$  و  $(B - A)$  به ترتیب ۱۲ و ۱۸ عضو دارند و  $(A \cup B)$  دارای ۴۰ عضو است. پس  $(A \cap B)$  دارای  $(40 - 12 - 18 = 10)$  عضو است.

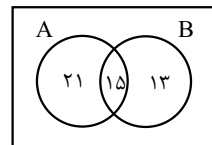


حال اگر از هر کدام از مجموعه‌های  $A$  و  $B$ ، ۹ عضو کم شود چون از  $(A \cap B)$ ، ۴ عضو کم شده، پس از هر یک از مجموعه‌های  $(A - B)$  و  $(B - A)$  باید ۵ عضو کم شود.

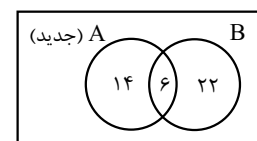


$$\Rightarrow n(A \cup B) = 7 + 6 + 13 = 26$$

۵۹. گزینه ی ۳



اگر ۱۶ عضو از  $A$  کم کنیم، ۹ عضو از اشتراک کم می‌شود (طبق صورت سؤال) و  $7 = (16 - 9)$  عضو از  $(A - B)$  کم می‌شود و نمودار به صورت زیر درمی‌آید.



$$n(A \cup B) = 14 + 6 + 22 = 42$$

## ۷۲. گزینه‌ی ۳

در شکل (۱)، یک مکعب، و در شکل (۲)، چهار مکعب و در شکل (۳)، ۹ مکعب داریم. با توجه به روال تعداد مکعب‌ها می‌بینیم که:

$$a_1 = 1, a_2 = 4, a_3 = 9$$

$$\Rightarrow a_1 = 1^2, a_2 = 2^2, a_3 = 3^2, \dots, a_6 = 6^2 = 36$$

## ۷۳. گزینه‌ی ۱

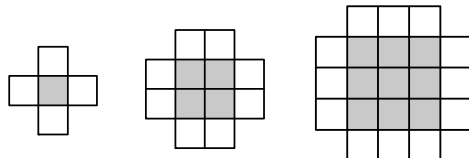
در هر مرحله تعداد مربع‌های وسط، مربع شماره‌ی مرحله و تعداد مربع‌های گوشه‌ها، یک واحد بیش‌تر از شماره‌ی شکل است، یعنی

جمله‌ی عمومی آن به صورت  $a_n = n^2 + (n+1)$  است، پس

$$a_9 = 9^2 + 10 = 91$$

## ۷۴. گزینه‌ی ۲

راه حل اول:



(۱)

(۲)

(۳)

۵

۱۲

۲۱

$$1^2 + 4(1)$$

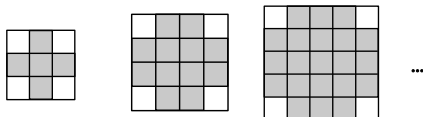
$$2^2 + 4(2)$$

$$3^2 + 4(3)$$

با توجه به شکل، تعداد مربع‌های وسط، مربع شماره‌ی جمله و تعداد مربع‌های کناری ۴ برابر شماره‌ی جمله است، پس در شکل ششم:

$$6^2 + 4(6) = 36 + 24 = 60 = \text{تعداد مربع‌های شکل ششم}$$

راه حل دوم: به شکل‌های زیر توجه کنید.



(۱)

(۲)

(۳)

(۴)

۳² - ۴

۴² - ۴

۵² - ۴

۸² - ۴

بنابراین در مرحله‌ی ششم،  $8^2 - 4 = 60 = \text{تعداد مربع داریم}$ .

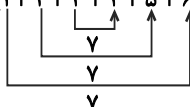
## ۷۵. گزینه‌ی ۴

با توجه به شکل:

$$\begin{array}{ccccccc} a_1 & a_2 & a_3 & \dots & a_6 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow \\ \text{نقطه} & 2 & 3+6 & & 3+6+\dots+18 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow \\ 3 \times 1 & 3 \times (1+2) & 3 \times (1+2+3) & & 3 \times (1+2+\dots+6) \end{array}$$

بنابراین:

$$a_6 = 3(1+2+3+4+5+6) = 3 \times 21 = 63$$



## ۶۶. گزینه‌ی ۲

در طرح (۱)، ۱۰ چوب‌کبریت و در طرح (۲)، ۱۵ چوب‌کبریت و در طرح (۳)، ۲۰ چوب‌کبریت داریم، پس فرمول کلی برای تعداد چوب‌کبریت‌ها در هر مرحله به صورت  $a_n = 5n + 5$  است، لذا:

$$245 = 5n + 5 \Rightarrow 240 = 5n \Rightarrow n = 48$$

## ۶۷. گزینه‌ی ۲

تعداد صندوقی‌ها به صورت زیر است:

$$4, 6, 8, \dots$$

شماره‌ی هر مرحله در دو ضرب شده و دو واحد به آن اضافه می‌شود، پس:

$$a_n = 2n + 2$$

## ۶۸. گزینه‌ی ۱

در مرحله‌ی اول ۴ مربع، در مرحله‌ی دوم ۱۰ مربع و در مرحله‌ی سوم ۱۶ مربع داریم یعنی هر مرحله، شماره‌ی مرحله در ۶ ضرب می‌شود و ۲ واحد از آن کسر می‌شود، لذا در مرحله‌ی هفتم داریم:  $40 = 6 \times 7 - 2 = \text{تعداد مربع‌های مرحله‌ی هفتم}$

## ۶۹. گزینه‌ی ۳

شماره‌ی شکل	۱	۲	۳	...
تعداد مربع‌ها	۵	۹	۱۳	...

با توجه به جدول در هر مرحله ۴ مربع اضافه می‌شود، پس در مرحله‌ی دهم  $5 + 9(4) = 41$  مربع داریم.

## ۷۰. گزینه‌ی ۱

$$\begin{array}{ccccccc} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & \dots & a_8 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow \\ 1 & 1+2 & 1+2+3 & 1+2+3+4 & \dots & 1+2+3+\dots+8 \end{array}$$

پس در مرحله‌ی هشتم، مجموع اعداد طبیعی از ۱ تا ۸ را می‌خواهیم که به صورت زیر آن را محاسبه می‌کنیم:

$$1+2+3+4+5+6+7+8 = 9+9+9+9 = 36$$

## ۷۱. گزینه‌ی ۳

$$\begin{array}{ccccccc} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & \dots & a_7 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow \\ 1=1^2 & 4=2^2 & 9=3^2 & 16=4^2 & \dots & 49=7^2 \end{array}$$

در هر طرح، تعداد مثلث‌ها، مربع شماره‌ی طرح است. پس در طرح هفتم، ۴۹ مثلث داریم.

**۸۲. گزینه‌ی ۲**

$a_n = 128 \Rightarrow 2(-2)^{n+1} = 128$   
 $\Rightarrow (-2)^{n+1} = 64 = (-2)^6 \Rightarrow n+1 = 6 \Rightarrow n = 5$   
 پس جمله‌ی پنجم برابر ۱۲۸ است.

**۸۳. گزینه‌ی ۲**

باید نامعادله‌ی  $3n - 13 < 0$  را برای  $n \in \mathbb{N}$  حل کنیم.  
 $3n - 13 < 0 \Rightarrow n < \frac{13}{3} \approx 4/3$   
 پس این دنباله، ۴ جمله‌ی منفی دارد.

**۸۴. گزینه‌ی ۲**

در این دنباله، از جمله‌ی سوم به بعد، هر جمله مساوی مجموع دو جمله‌ی قبلی است، پس:  
 $a_7 = 5 + 8 = 13$   
 $a_8 = 8 + 13 = 21$   
 $a_9 = 13 + 21 = 34$   
 $\Rightarrow a_8 + a_9 = 21 + 34 = 55$

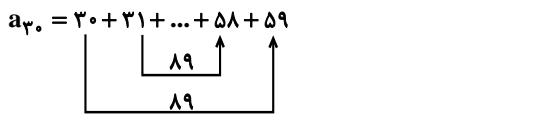
**۸۵. گزینه‌ی ۳**

در این دنباله، جملات ردیف زوج همگی ۱ هستند، یعنی  $a_2, a_4, a_6, a_8, \dots$  و  $a_{12}, a_{14}, \dots$  پس:  
 $a_{12} = 1$   
 از طرفی جملات ردیف فرد، عبارتند از:

$a_1 \quad a_3 \quad a_5 \quad a_7 \quad a_9 \quad a_{11}$   
 $\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$   
 ۳   ۴   ۵   ۶   ۷   ۸  
 $a_{11} + a_{12} = 8 + 1 = 9$   
 لذا:

**۸۶. گزینه‌ی ۱**

$a_1 = 1$   
 $a_2 = 5 = 2 + 3$   
 $a_3 = 12 = 3 + 4 + 5$   
 $a_4 = 22 = 4 + 5 + 6 + 7$   
 طبق روندی که برای هر جمله دیده می‌شود، هر جمله برابر با مجموع اعداد طبیعی شروع از شماره‌ی جمله و ختم به دو برابر شماره‌ی جمله منتهای یک است، پس:



مجموع هر جفت از اعداد، ۸۹ است و تعداد این جفت از اعداد ۱۵ تاست، لذا:  
 $a_{30} = 15 \times 89 = 15(90 - 1) = 1350 - 15 = 1335$

**۸۷. گزینه‌ی ۱**

$A_1 = \left[1, 1 + \frac{1}{1}\right], A_2 = \left[1, 1 + \frac{1}{2}\right], A_3 = \left[1, 1 + \frac{1}{3}\right]$   
 $A_1 \cup A_2 \cup A_3 = [1, 2]$

**۷۶. گزینه‌ی ۳**

با کمی دقت می‌بینیم که دنباله‌ای به صورت  $a_n = 2^n$  داریم، پس در مرحله‌ی دوازدهم خواهیم داشت:  $a_{12} = 2^{12} = 4096$

**۷۷. گزینه‌ی ۱**

تعداد شاخه‌ها در ۶ مرحله به ترتیب زیر است:  
 $a_1 \quad a_2 \quad a_3 \quad a_4 \quad a_5 \quad a_6$   
 $\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$   
 ۱ , ۱ , ۲ , ۳ , ۵ , ۸  
 با کمی دقت می‌بینیم که هر جمله‌ی این دنباله از جمله‌ی سوم به بعد، برابر است با مجموع دو جمله‌ی قبل، یعنی:  
 $a_3 = a_1 + a_2 = 1 + 1 = 2$   
 $a_4 = a_2 + a_3 = 2 + 1 = 3$   
 $a_5 = a_4 + a_3 = 3 + 2 = 5$   
 $a_6 = a_5 + a_4 = 5 + 3 = 8$   
 $\Rightarrow a_7 = a_6 + a_5 = 8 + 5 = 13$   
 $\Rightarrow a_8 = a_7 + a_6 = 13 + 8 = 21$

**۷۸. گزینه‌ی ۴**

$a_1 = 1^2 + 1 = 2$  و  $a_3 = 3^2 + 1 = 10$   
 و  $a_5 = 5^2 + 1 = 26$   
 $\Rightarrow a_1 + a_3 + a_5 = 2 + 10 + 26 = 38$

**۷۹. گزینه‌ی ۳**

$a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{48}$   
 $= (\sqrt{1} - \sqrt{2}) + (\sqrt{2} - \sqrt{3}) + (\sqrt{3} - \sqrt{4}) + \dots + (\sqrt{48} - \sqrt{49})$   
 $= \sqrt{1} - \sqrt{49} = 1 - 7 = -6$

**۸۰. گزینه‌ی ۲**

جملات دنباله را می‌نویسیم:  
 $a_1 \quad a_2 \quad a_3 \quad a_4 \quad a_5 \quad a_6$   
 $\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$   
 $\frac{1}{2}, \frac{-2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{-4}{5}, \frac{5}{6}, \frac{-6}{7}$   
 لذا:  
 $a_1 \times a_2 \times a_3 \times a_4 \times a_5 \times a_6$   
 $= \frac{1}{2} \times \frac{-2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{-4}{5} \times \frac{5}{6} \times \frac{-6}{7} = \frac{-1}{7}$

**۸۱. گزینه‌ی ۳**

$a_n = bn^2 + cn \Rightarrow \begin{cases} a_1 = b + c \\ a_7 = 4b + 7c \end{cases}$   
 $\Rightarrow \begin{cases} 3 = b + c \\ 8 = 4b + 7c \end{cases} \Rightarrow b = 1, c = 2$   
 $\Rightarrow a_n = n^2 + 2n \xrightarrow{n=10} a_{10} = (10)^2 + 2(10) = 120$



یکی از گزینه‌های ۳ یا ۴ می‌تواند درست باشد. به ازای  $n = 2$ ،  
 $a_2 = 1$ ، پس:

$$\text{گزینه (۳): } a_2 = (-2)^2 = 4$$

$$\text{گزینه (۴): } a_2 = (-1)^2 \times 2^{2-2} = 1$$

بنابراین گزینه‌ی (۴) درست است.

#### ۹۵. گزینه‌ی ۴

اگر سه عدد  $a$  و  $b$  و  $c$  تشکیل دنباله‌ی حسابی دهند، آنگاه:

$$2b = a + c$$

$$\Rightarrow 2(3P + 4) = (2P + 3) + (5P - 1)$$

$$\Rightarrow 6P + 8 = 7P + 2 \Rightarrow P = 6 \Rightarrow 15, 22, 29$$

$$\Rightarrow d = 22 - 15 \Rightarrow d = 7$$

#### ۹۶. گزینه‌ی ۴

اگر سه عدد را به صورت  $x-d$ ،  $x$  و  $x+d$  فرض کنیم، داریم:

$$(x-d) + x + (x+d) = 21 \Rightarrow 3x = 21 \Rightarrow x = 7$$

$$(y-d)^2 + y^2 + (y+d)^2 = 165$$

$$\Rightarrow 4y + d^2 - 14d + 4y + 4y + d^2 + 14d = 165$$

$$\Rightarrow 14y + 2d^2 = 165 \Rightarrow d = \pm 3$$

$$\Rightarrow \begin{cases} d = 3 \xrightarrow{\text{کوچک‌ترین عدد}} x-d = 7-3 = 4 \\ d = -3 \xrightarrow{\text{کوچک‌ترین عدد}} x+d = 7+(-3) = 4 \end{cases}$$

#### ۹۷. گزینه‌ی ۱

زوایای داخلی پنج‌ضلعی که به ترتیب از کوچک به بزرگ، جملات متوالی یک دنباله‌ی حسابی هستند را به صورت  $a-2d$ ،  $a-d$ ،  $a$ ،  $a+d$ ،  $a+2d$  می‌نویسیم، داریم:

$$(a-2d) + (a-d) + (a) + (a+d) + (a+2d) = 540^\circ$$

$$\Rightarrow 5a = 540^\circ \Rightarrow a = 108^\circ$$

$$\text{بزرگ‌ترین زاویه: } a+2d = 136^\circ \Rightarrow 108^\circ + 2d = 136^\circ$$

$$\Rightarrow 2d = 136^\circ - 108^\circ \Rightarrow 2d = 28^\circ \Rightarrow d = 14^\circ$$

#### ۹۸. گزینه‌ی ۲

در یک دنباله‌ی حسابی، اختلاف هر دو جمله‌ی متوالی، قدر نسبت است، پس در دنباله‌ی زیر:

$$120, x, 30, y, \dots$$

تفاضل  $120$  از  $30$ ، دو برابر قدر نسبت است، در نتیجه:

$$30 - 120 = 2d \Rightarrow -90 = 2d \Rightarrow d = -45$$

از طرفی در دنباله‌ی حسابی، هر جمله (از جمله دوم به بعد) با افزودن قدر نسبت به جمله‌ی قبلی به دست می‌آید، لذا:

$$y = 30 + d = 30 - 45 = -15$$

#### ۸۸. گزینه‌ی ۳

$$A_1 = [1, 2), A_2 = \left[1, \frac{3}{2}\right), A_3 = \left[1, \frac{4}{3}\right)$$

$$A_1 \cap A_2 \cap A_3 = \left[1, \frac{4}{3}\right)$$

#### ۸۹. گزینه‌ی ۳

برای به دست آوردن  $A_4$  و  $A_5$ ، به جای  $i$  به ترتیب مقادیر ۲ و ۴ را قرار می‌دهیم:

$$A_2 = \left[-\frac{2}{2}, \frac{8-2}{3}\right] = [-1, 2]$$

$$A_4 = \left[-\frac{4}{2}, \frac{8-4}{3}\right] = \left[-2, \frac{4}{3}\right]$$

$$\Rightarrow A_4 - A_2 = \left[-2, \frac{4}{3}\right] - [-1, 2] = [-2, -1]$$

#### ۹۰. گزینه‌ی ۲

۲۰۰ جمله‌ی اول این دنباله، ۱۰۰ جفت دوتایی به ترتیب زیر پدید می‌آورند. از طرفی مجموع هر دو جمله‌ی متوالی  $(-1)$  است، پس مجموع ۲۰۰ جمله‌ی اول این دنباله برابر  $-100$  است.

$$1, -2, 3, -4, 5, -6, \dots, 199, -200$$

$\underbrace{\quad}_{-1} \quad \underbrace{\quad}_{-1} \quad \underbrace{\quad}_{-1} \quad \underbrace{\quad}_{-1}$

#### ۹۱. گزینه‌ی ۲

جملات این دنباله، توان‌های متوالی عدد ۲ هستند، از طرفی یک در میان علامتشان عوض می‌شود، پس جمله‌ی عمومی آن به صورت  $a_n = (-1)^n 2^n$  یا  $a_n = (-2)^n$  است.

#### ۹۲. گزینه‌ی ۴

توجه می‌کنیم که صورت و مخرج کسرها به ترتیب اعداد فرد و زوج طبیعی متوالی هستند، اعداد فرد و زوج طبیعی متوالی را به ترتیب  $2n-1$  و  $2n$  نمایش می‌دهیم که در آن  $n \in \mathbb{N}$ ، پس جمله‌ی عمومی آن به صورت  $a_n = \frac{2n-1}{2n}$  می‌تواند باشد.

#### ۹۳. گزینه‌ی ۳

وقتی جمله‌ی عمومی دنباله‌ای در اختیار باشد با قرار دادن  $n = 1, 2, 3, \dots$  می‌توان جملات اول، دوم، سوم و ... را یافت.

در گزینه‌ی (۳)، با جمله‌ی عمومی  $a_n = (-3)^n$  جملات به صورت  $\dots, -27, -9, -3$  خواهند بود که مربوط به جملات این دنباله‌ی داده شده نیستند.

#### ۹۴. گزینه‌ی ۴

در این دنباله، جمله‌ی اول  $a_1 = -2$  است، پس به ازای  $n = 1$  در گزینه‌ها خواهیم داشت:

$$(۱) \text{ گزینه‌ی (۱): } a_1 = -1 \quad (۲) \text{ گزینه‌ی (۲): } a_1 = 2$$

$$(۳) \text{ گزینه‌ی (۳): } a_1 = -2 \quad (۴) \text{ گزینه‌ی (۴): } a_1 = -2$$