

به نام خداوند خورشید و ماه | که دل را به نامش خرد داد راه |




مهروماه

فهرست

۷ فصل ۱: مجموعه‌ها 

۲۷ فصل ۲: عددهای حقیقی 


۴۵ فصل ۳: استدلال و اثبات در هندسه 

۶۵ فصل ۴: توان و ریشه 

۸۳ آزمون نوبت اول (۱)

۸۶ آزمون نوبت اول (۲)

۸۹ فصل ۵: عبارتهای جبری 

۱۰۹ فصل ۶: خط و معادله‌های خطی 

۱۳۱ فصل ۷: عبارتهای گویا 

۱۵۵ فصل ۸: حجم و مساحت 

۱۷۱ آزمون نوبت دوم (۱)

۱۷۴ آزمون نوبت دوم (۲)

مقدمهٔ مدیر گروه

این کتاب، کتاب **کاره**: **کار** کلمه جالبیه با بارهای معنایی متفاوت: بعضی‌ها میگوین **کار** مال تراکتوره! بعضی‌های دیگه میگوین **کار** جوهر مرده! بعضی‌ها هم باد به غیب میندازن و میگوین:

کار هر بز نیست خرمن کوفتن گاو نر می‌خواهد و مرد کهن

اما فلسفهٔ اصلی کتاب‌های **کار** اینه که میگوین: «**کار** نیکو کردن از پر کردن است.»

ما می‌خواستیم یه کتاب فوق‌العاده دربیاریم و می‌دونستیم که **کار** نشد نداره اما خُب! **کار**، **کار** سختی بود، اصلاً **کار**، **کار** حضرت فیل بود؛ پس گشتیم و گشتیم تا ایشونو پیدا کنیم؛ یافتیمش. اون کی بود؟ جناب کاروان. همه **کار** رو به **کار** دان می‌سپارن، ما **کار** رو به کاروان سپردیم! به خدا اگه دروغ بگم! می‌تونین عکس ایشونو در مقدمهٔ مؤلف ببینین: مردی از جنس صداقت و تواضع، با کاروانی از تجربه.

خواهید دید که این کتاب **کار**، **کار** دله نه **کار** دست! استاد کاروان **کاری** کرده **کار** ستون. کتاب پر از سؤال‌ها و پیش‌سازمان‌دهنده‌های باحاله (همون شکل‌هایی که اول هر فصل می‌بینین). آخه میگوین **کاری** که چشم می‌کنه، ابرو نمی‌کنه... از تصاویر اول (پیش‌سازمان‌دهنده‌های) هر فصل هم نباید غافل بشیم که تیم طراحمون ترکونده... تیم ریاضی مهروماه، متخصص ریاضی نوشتنه اگرچه یه عالمی میگه: «متخصص بودن یه چیزه و **کار** گیر آوردن یه چیزه دیگه.» (بدیهیه که گوینده روش نشده بگه پول درآوردن یه چیز دیگه!)

خلاصه بچه‌ها، این کتاب **کار**، **کار** از ما بهتره! می‌خواهین بشناسینشون؛ این هم اسماشون:

کار نویسنده: استاد کاروان، **کار** دان: سرکار خانم قراچلو، **کار** فرما: استاد اختیاری، **کار** بلد: جناب آقای خضری، **کار** شناسان: دکتر عمیدی و سرکار خانم اخگری، **کار** شناس ارشد (همون **کار** گر روزمزد): بهنام بناپور، تصویر **کار**ان خوش‌ذوق: آقایان طلایی و اجنی و سرکار خانم شفاعت، **کار** آفرینان: خانم‌ها حلیمی، داودی و علوی پویا، در آخر بی **کار**: خود شما (که البته الان صاحب **کار** شدید!)

بچه‌ها! یه حسن کتاب **کار** داشتن، می‌دونین چیه؟ مستر جروم کی جروم (خداییش این اسمو کجای دلم بذارم؟! میگه: «محاله آدم از ول گشتن لذت کامل ببره مگه اینکه زیاد **کار** داشته باشه.» خداییش، ایتو بودینا...!

از اونجا که میگوین **کار** را که کرد؟ آن که تمام کرد، **کار** مونو اینجا تموم می‌کنیم. راستی یادم رفت بگم که چرا من خودم

کتاب‌های **کار** رو خیلی دوست دارم؛ آخه واستون هاو گفته:

«آدمی که حقیقتاً سرگرم **کار** است، هیچ‌وقت نمی‌داند وزنش چقدر است!»

بهنام بناپور



تقدیر به خانواده عزیزم که با صبر و شکیبایی، همواره مشوق من بوده‌اند.



مقدمه مؤلف

هو الحاسب

حمد و سپاس بیکران ریاضی دان بزرگ عالم هستی را که این بنده کمترین خود را لایق نگارش کتابی کرد که این شاء الله برای فرزندان این مرزوبوم منشأ خیر و برکت و برای همه دست اندرکاران تهیه آن باقیات صالحات باشد.

در این کتاب، فصل‌ها را بر اساس فصول کتاب درسی تنظیم کرده‌ام.

شروع هر فصل با ابتکاری جالب و مشترک میان گروه ریاضی و گرافیک مهروماه رقم خورده است؛ متنی گویا و کوتاه درباره عنوان فصل **(کار گروه ریاضی)** همراه با تصویری زیبا **(کار گروه گرافیک)** که به آن در علم روانشناسی، **بیش سازمان دهنده** می‌گویند.

در اثنای فصل، برای نام‌گذاری همه عناوین درس‌ها همچنان به عناوین کتاب وفادار بوده و در تمرین‌های هر درس، علاوه بر رعایت چینش آسان به دشوار آنها، از انواع قالب‌های سؤال (از جمله درست یا نادرست، وصل کردنی، حل مسئله و ...) بهره گرفته‌ام.

در انتهای هر فصل نیز پرسش‌هایی را گنجانده‌ام که جمع‌بندی مناسبی است از فصل، به منظور آمادگی دانش‌آموزان برای شرکت در آزمون‌های چهارگزینه‌ای. سعی کرده‌ام سؤال‌ها پویا، متنوع و متعادل باشد؛ بنابراین از آوردن سؤال‌های بسیار سخت و غیرمتعارف پرهیز کرده‌ام.



به منظور آشنایی نسبی دانش‌آموزان با سؤال‌های آزمون‌های نوبت اول و دوم، دو نمونه آزمون برای هر نوبت طراحی و هدف‌گذاری کرده‌ام تا بدین طریق، از دغدغه‌های ذهنی دانش‌آموزان و معلمان گرانقدر بکاهم.

گروه طراحی مهروماه به فراخور سؤال‌ها، یادگاری‌های دوست‌داشتنی به‌جا گذاشته‌اند که از همین‌جا از محبتشان سپاسگزارم.

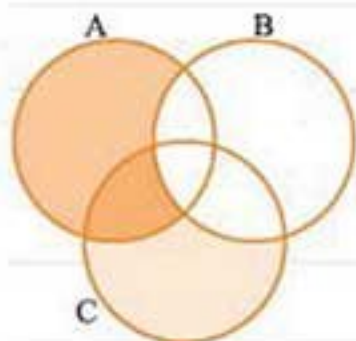
مخلص کلام اینکه سعی کرده‌ام آنچه شما را به حد تسلط بر محتوای کتاب ریاضی نهم نائل می‌کند با هوشمندی و دقت فراهم آوردم؛ باشد که مقبول افتد.

در تهیه این کتاب، عزیزان زیادی یار و یاور این حقیر بوده‌اند که جا دارد دست‌تک‌تک آنها را به گرمی بفشارم. در این مجال اندک بر خود وظیفه می‌دانم از مدیریت محترم انتشارات مهروماه جناب آقای اختیاری، استاد بزرگوار جناب آقای بناپور و سرکار خانم قراچلو که با ارشادات خود اشکالات بسیاری را از کار بنده کم کردند، تشکر صمیمانه نمایم. در پایان خواهشمندم نظرات ارزشمند خود را به نشانی الکترونیکی گروه ریاضی riazi@mehromah.ir ارسال یا از طریق SMS به سامانه ۰۷۲۱۲۰۳۰۰۰ اعلام فرمایید.

والسلام - کاروان

۴- اگر مجموعه A ، ۳ عضو و مجموعه B ، ۴ عضو داشته باشد، آنگاه مجموعه $A \cap (A \cup B)$ چند عضو دارد؟

۵- ناحیه رنگی در شکل روبه‌رو کدام است؟



الف) $(A \cup B) - C$

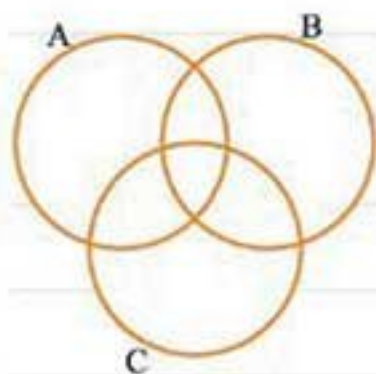
ب) $(A \cup C) - B$

۶- در یک مهمانی که همه مهمان‌ها نوشیدنی داشته‌اند، ۱۱ نفر آب، ۱۳ نفر نوشابه، ۵ نفر آب و نوشابه، ۶ نفر نوشابه و دوغ، ۲ نفر هر سه و ۵ نفر فقط آب نوشیده‌اند. اگر کل مهمان‌ها ۲۶ نفر باشند، با تشکیل نمودار ون مشخص کنید چند نفر فقط دوغ، چند نفر آب و دوغ و چند نفر فقط آب و نوشابه نوشیده‌اند؟ (همه مهمان‌ها حداقل از یک نوشیدنی استفاده کرده‌اند).



۷- فرض کنید محمد، فاطمه، علی، حسن و رضا عینک دارند، حنانه، مهدی، سمیه، فاطمه و علی کلاه دارند و نازنین، معصومه، مهدی، علی و حسن نیز چتر دارند.

الف) اگر A مجموعه افرادی باشد که عینک دارند، B مجموعه افرادی باشد که کلاه دارند و C مجموعه افرادی باشد که چتر دارند، آنها را در نمودار ون روبه‌رو نمایش دهید.



ب) چند نفر حداقل دو وسیله از بین کلاه و عینک و چتر دارند؟

مجموعه‌ها و احتمال



۱- سه نفر به یک مهمانی دعوت شده‌اند.

الف) همهٔ حالت‌های ممکن برای قبول یا رد دعوت توسط این ۳ نفر را بنویسید.

ب) احتمال اینکه ۲ نفر از این ۳ نفر در مهمانی شرکت کنند، چقدر است؟

پ) احتمال اینکه هر ۳ نفر در مهمانی شرکت کنند، چقدر است؟

ت) احتمال اینکه هیچ‌یک به مهمانی نروند، چقدر است؟

۲- اگر دو تاس را هم‌زمان بیندازیم، احتمال اینکه:

الف) تفاضل عددهای روشده عددی اول باشد، چقدر است؟



ب) حاصل ضرب عددهای روشده عددی اول باشد، چقدر است؟

پ) مجموع عددهای روشده عددی اول باشد، چقدر است؟

ت) مجموع مکعب عددهای روشده بزرگ‌تر از ۱۰۰ شود، چقدر است؟



۵- نمایش اعشاری هریک از کسرهای زیر را بنویسید.

الف) $\frac{7}{3} =$

ب) $\frac{46}{45} =$

پ) $\frac{70}{33} =$

ت) $\frac{400}{33} =$

۶- الف) در نمایش اعشاری کسرهای زیر، کدام متناهی (مختوم) و کدام متناوب است؟

الف) $\frac{40}{6}$

ب) $\frac{143}{55}$

پ) $\frac{1112}{990}$

ت) $\frac{4}{11}$

ث) $\frac{7}{30}$

ج) $\frac{95}{152}$

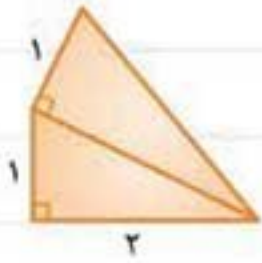
چ) $\frac{71}{16}$

ب) عددهای اعشاری را که در قسمت اعشاری آن‌ها تعدادی رقم بدون تکرار و تعدادی با تکرار دیده می‌شود، متناوب مرکب و عددهای اعشاری را که در قسمت اعشاری آن‌ها رقم بدون تکرار دیده نمی‌شود، متناوب ساده می‌نامند. با توجه به این تعریف از بین عددهای بالا، کدام یک متناوب ساده و کدام یک متناوب مرکب است؟

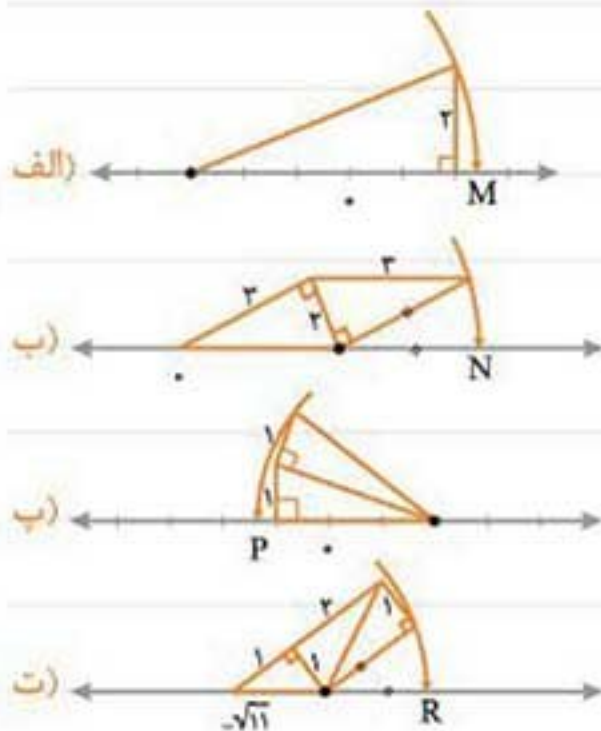
پ) آیا عبارت زیر درست است؟

«کسرهایی که در مخرج آن‌ها پس از ساده کردن، تنها عوامل ۲ و ۵ باقی می‌ماند، عدد اعشاری متناهی می‌سازند.»

۴- اگر شکل زیر را تا مثلث k ادامه دهیم، محیط شکل حاصل را بر حسب k به دست آورید.



۵- عدد مربوط به نقاط M, N, P و R را در شکل‌های زیر مشخص کنید. (نقاط مشخص شده مرکز کمان هستند.)



۶- عددهای زیر بین کدام دو عدد صحیح متوالی قرار دارند؟

الف) $\sqrt{11}$

ب) $\sqrt{31}$

پ) $\sqrt{91}$

ت) $2 + \sqrt{19}$

ث) $-3 + \sqrt{41}$

ج) $\sqrt{29} - 10$

۷- سه عدد گنگ بین $\sqrt{2}$ و $\sqrt{3}$ بنویسید.

۸- سه عدد گنگ بین -7 و -8 بنویسید.

۹- مجموعه‌های زیر را به صورت بازه روی محور نمایش دهید.

الف) $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 \leq x < 3\}$





ب) $B = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid \frac{1}{4} < x \leq 2 \right\}$

پ) $C = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid \frac{7}{8} < x < \frac{11}{3} \right\}$

ت) $D = \{ x \in \mathbb{R} \mid x \geq -2 \}$

۱۰- الف) مجموعه مربوط به هر محور را بنویسید.

الف) $E = \{ \quad \quad \quad \}$

ب) $F = \{ \quad \quad \quad \}$

پ) $G = \{ \quad \quad \quad \}$

ت) $H = \{ \quad \quad \quad \}$

ب) با توجه به قسمت «الف»، درستی یا نادرستی گزاره‌های زیر را مشخص کنید.

الف) $-1.2 \in F$ ب) $\frac{\sqrt{2}}{4} \notin H$ پ) $-22 \in G$

ت) $-4 \notin E$ ج) $\frac{2\sqrt{2}}{2} \in H$ د) $20 \notin F$

۱۱- طرف دوم تساوی‌های زیر را کامل کنید.

الف) $(W \cap Z) \cup N =$

ب) $W - N =$

پ) $Z - \{-x \mid x \in N\} =$

ت) $(R - N) \cap W =$

ث) $(Q' \cup Z) \cap N =$

ج) $(R - Q) \cup Z =$

استدلال



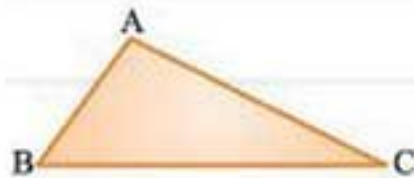
۱- استدلال را تعریف کنید.

۲- روی یک قالی مربع شکل به ضلع ۵ متر، افراد بیشتری می‌توانند بنشینند یا روی یک قالی مستطیل شکل به ابعاد ۶ و ۴ متر؟



۳- آیا با مشاهده کره ماه و یک ستاره می‌توانیم وسعت آنها را با هم مقایسه کنیم؟

۴- نقطه‌ای درون مثلث داده شده بیابید که فاصله‌اش از رئوس مثلث به یک اندازه باشد.



۵- مهدی و حسین برای تماشای مسابقه فوتبال بین دو تیم پرسپولیس و استقلال به استادیوم رفتند. هر دو آنها طرفدار تیم پرسپولیس هستند. مهدی گفت: «به نظرم امروز پرسپولیس می‌بازد.» حسین گفت: «من هم همین نظر را دارم.» مهدی گفت: «چرا؟» حسین گفت: «چون من هر بار که به ورزشگاه آمده‌ام، تیم مورد علاقه‌ام باخته است.» مهدی گفت: «اما دلیل من این است که ۳ تا از بازیکنان اصلی تیم مصدوم‌اند و مربی تیم نیز باید از روی سکوها بازی را تماشا کند.» به نظر شما استدلال کدام‌یک قابل اعتمادتر است؟ توضیح دهید.



۶- ریاضی دانی برجسته به نام اولر، دستور $n^2 + n + 41$ را برای پیدا کردن عددهای اول ارائه داد. با جایگذاری عددی مناسب در این دستور، نشان دهید حاصل این عبارت همواره اول نیست.

۷- در گذشته تصور می‌شد زمین، مسطح است. این تصور غلط را با خطای حواس مرتبط کنید.

۸- دو خط متقاطع را طوری رسم کنید که زاویه 70° درست کنند. زاویه مقابل به این زاویه را اندازه بگیرید. چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

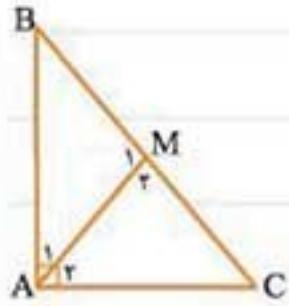
۹- با ارائه یک مثال نشان دهید که محل برخورد عمودمنصف‌های یک مثلث همیشه داخل آن مثلث نیست.

یادداشت:

۷- ثابت کنید اگر ضلع‌های دو زاویه بر هم عمود باشند، آن دو زاویه با هم مساوی‌اند.

۸- فرض و حکم نوشته‌شده برای مسئله زیر را تصحیح کنید.

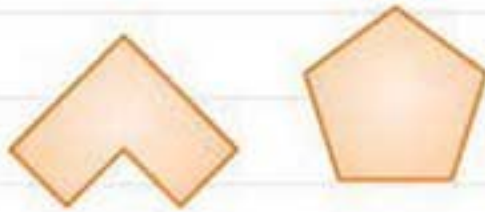
«میانه وارد بر وتر در هر مثلث قائم‌الزاویه نصف وتر است.»



فرض	$\widehat{A}_1 = \widehat{A}_2, \widehat{M}_1 = \widehat{M}_2$
حکم	$\overline{BM} = \overline{MC}$

۹- با انتخاب نقاط مناسب درون هر یک از چندضلعی‌های زیر و وصل کردن آنها به یکدیگر، محدب یا مقعر بودن هر کدام را

مشخص کنید.

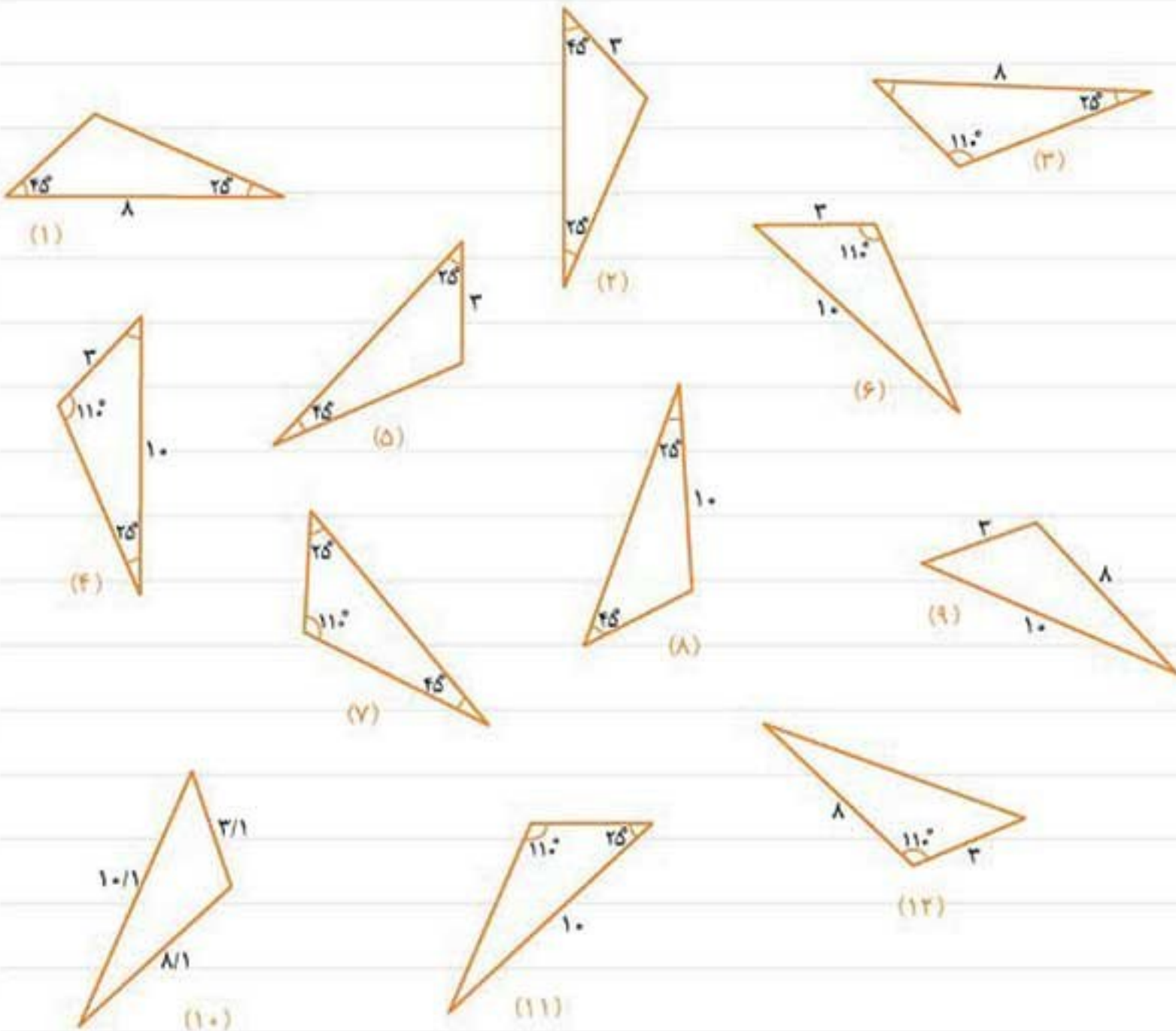
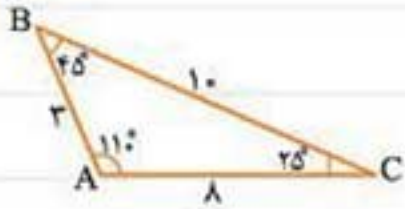


یادداشت:

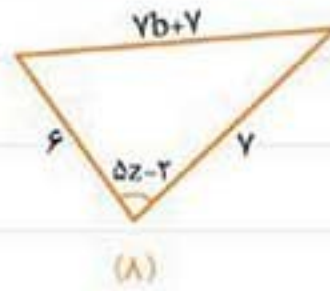
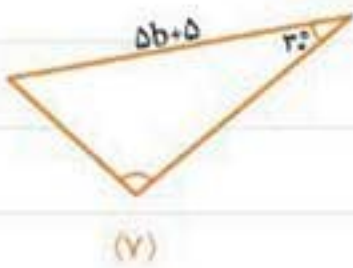
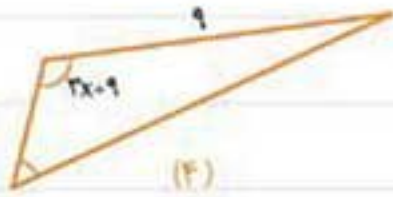
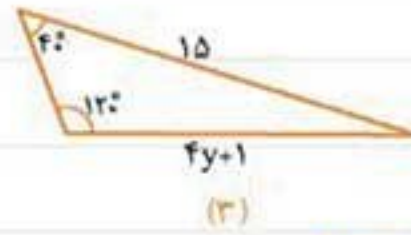
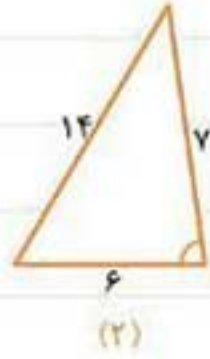
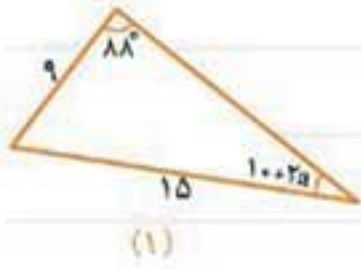
همنهشتی مثلث‌ها



۱- مثلث ABC با کدام یک از مثلث‌های زیر همنهشت است؟ حالت همنهشتی را بنویسید.

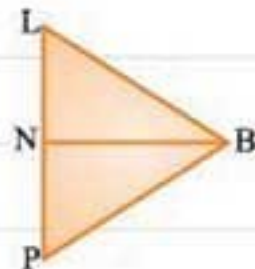
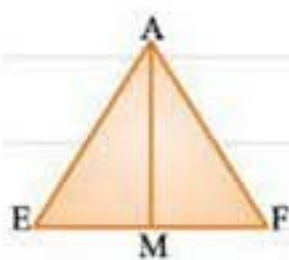


۲- نه مثلث زیر، سه به سه هم‌نهشت‌اند. مقادیر مجهول را به دست آورید.



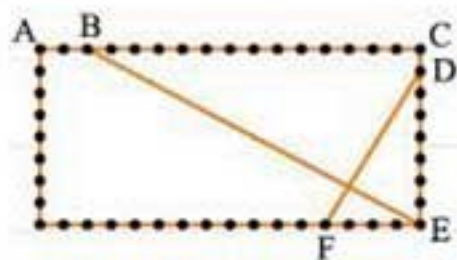
۳- مهدی، حنا، مهدیار و حسین به ترتیب در چهار گوشه یک زمین مربع شکل ایستاده‌اند. نازنین نیز داخل زمین طوری ایستاده که فاصله‌اش از مهدی و حنا a واحد است؛ ولی از مهدیار و حسین a واحد نیست. چرا می‌توان گفت فاصله او با مهدیار و حسین به یک اندازه است؟

۴- در مثلث‌های زیر، $\widehat{E} = \widehat{P}$ و $\overline{EF} = \overline{LP}$ ، $\overline{BP} = \overline{AE}$ هستند و \overline{BN} و \overline{AM} میانه هستند و \overline{BLP} و \overline{AEF} با یکدیگر هم‌نهشت‌اند؟





۱۱- در شکل زیر، ضلع‌های مستطیل به قسمت‌های مساوی تقسیم شده و مثلث BCE با DEF متشابه است. نسبت تشابه ضلع \overline{DF} به \overline{BE} را به دست آورید.



۱۲- کدام دو شکل همیشه با هم متشابه‌اند؟

(۲) متوازی‌الاضلاع و مستطیل

(۱) مربع و لوزی

(۴) دو مثلث متساوی‌الاضلاع

(۳) مربع و مستطیل

یادداشت:

تمرین‌های پایان فصل

۱- درستی یا نادرستی گزاره‌های زیر را مشخص کنید.

الف) استفاده از دانسته‌های قبلی با استدلال مغایرت دارد.

ب) به استدلالی که موضوع مسئله را به درستی نتیجه دهد، اثبات می‌گویند.

پ) از مشاهده می‌توان برای تشخیص راه حل‌ها استفاده کرد.

ت) خواسته‌های مسئله همان مفروضات مسئله است.

۲- جاهای خالی را پر کنید.

الف) تعداد حالت‌های هم‌نهشتی ویژه مثلث حالت است.

ب) در متوازی‌الاضلاع، قطرهای یکدیگر را می‌کنند.

پ) تمام مثلث‌های مثلث متساوی‌الساقین هم هستند.

ت) طول مماس‌های رسم‌شده بر دایره از هر نقطه خارج آن، با هم است.

۳- به پرسش‌های زیر با «بله» یا «خیر» پاسخ دهید.

الف) آیا طول وترهای کمان‌های مساوی در هر دایره با هم یکسان است؟

ب) آیا فاصله رأس‌های مقابل در هر متوازی‌الاضلاع تا قطر گذرنده از دو رأس دیگر آن مساوی است؟

پ) آیا فاصله هر نقطه دلخواه روی نیمساز یک زاویه تا دو ضلع آن زاویه یکسان است؟

ت) آیا دو شکل متشابه، هم‌نهشت‌اند؟

ث) آیا دو شکل هم‌نهشت، متشابه‌اند؟

ج) آیا زوایای نظیر دو شکل متشابه، مساوی نیستند؟

چ) آیا دو لوزی دلخواه همواره متشابه‌اند؟

ح) آیا نسبت محیط‌های دو شکل متشابه با نسبت تشابه آنها برابر است؟

۴- عبارات‌های مرتبط ستون‌های «الف» و «ب» را به هم وصل کنید.

ب	الف
● لوزی	● قطرهای مساوی دارد.
● هم‌نهشت	● قطرهای آن نیمساز زوایای روبه‌رویش است.
● مستطیل	● دو هشت‌ضلعی منتظم
● متشابه	● حالت (ض ض ض)

فصل ۴

توان و ریشه



اولین بار یونانی‌ها برای نشان دادن توان عددها، از نمادهای هندسی استفاده کردند. آنها عددها را به کمک پاره‌خط، توان دوم را با مربعی به ضلع آن پاره‌خط و توان سوم را با مکعبی به ضلع همان پاره‌خط نشان می‌دادند و به توان‌های بیشتر از ۳ کاری نداشتند. ریاضی‌دانان ایرانی از کلمه‌ها، برای نشان دادن توان استفاده می‌کردند. اما نمادهای توان مثل x^2 ، x^3 و... که امروزه استفاده می‌شود، توسط رنه دکارت، ریاضی‌دان فرانسوی، در سال ۱۶۳۷ میلادی ابداع شد.

آزمون نوبت اول (۲)



نام و نام خانوادگی:		دبیر:
کلاس:		تاریخ امتحان:
۱	<p>۱- درستی یا نادرستی گزاره‌های زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) اجتماع مجموعه عددهای صحیح و گویا، مجموعه عددهای حقیقی را تشکیل می‌دهد.</p> <p>ب) اگر $a, b > 0$، تساوی $a + b = -(a + b)$ نادرست است.</p> <p>پ) برای استدلال حل یک مسئله نباید از دانسته‌های اثبات‌شده قبلی استفاده کرد.</p> <p>ت) اگر پایه یک عدد توان‌دار معکوس شود، علامت توانش قرینه می‌شود.</p>	
۱	<p>۲- جاهای خالی را پر کنید.</p> <p>الف) عدد $2/7 \times 10^{-9}$ از عدد $0/27 \times 10^6$ کوچک‌تر</p> <p>ب) جذر مجموع دو عدد طبیعی با مجموع جذر هریک از آن دو عدد مساوی</p> <p>پ) در هر دایره وترهای نظیر کمان‌های با هم برابرند.</p> <p>ت) تعداد حالت‌های ممکن در پرتاب ۲ سکه و ۱ تاس برابر است با</p>	
۱	<p>۳- به پرسش‌های زیر با «بله» یا «خیر» پاسخ دهید.</p> <p>الف) آیا مجموعه تهی زیرمجموعه همه مجموعه‌هاست؟</p> <p>ب) آیا مجموعه عددهای گویا را می‌توان با فهرست کردن عضوهای آن نوشت؟</p> <p>پ) آیا هر چندضلعی که محدب نباشد، مقعر است؟</p> <p>ت) آیا حاصل ضرب ریشه‌های دوم هر عدد طبیعی، عددی مثبت می‌شود؟</p>	
۱	<p>۴- از بین جمله‌های زیر، چند جمله درست است؟</p> <p>الف) طول ارتفاع مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع $\sqrt{3}a$ برابر است با $1/5a$.</p> <p>ب) همواره دو شکل متشابه، با یکدیگر هم‌نهشت‌اند.</p> <p>پ) تمام عددهای حسابی، عدد طبیعی‌اند.</p> <p>ت) بین هر دو عدد گنگ، بی‌شمار عدد گنگ وجود دارد.</p>	
		<p>۴ (۴) ۳ (۳) ۲ (۲) ۱ (۱)</p>